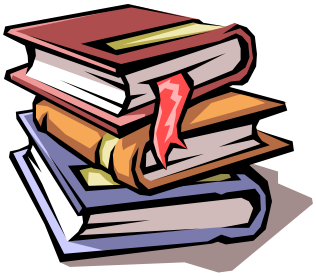
Tailieumontoan.com

Điện thoại (Zalo) 039.373.2038



BỘ ĐỀ GIỮA KÌ 1

MÔN TOÁN LỚP 9 HÀ NỘI 2021

Tài liệu sưu tầm, ngày 31 tháng 3 năm 2021

Mục Lục

Trang

Đề số 1. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Nam Từ Liêm 2020-2021
Đề số 2. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Ngô Gia Tự - Hai Bà Trưng 2020-2021
Đề số 3. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 quận Hà Đông 2020-2021
Đề số 4. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Ba Đình 2020-2021
Đề số 5. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 huyện Đan Phượng 2020-2021
Đề số 6. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Đống Đa 2020-2021
Đề số 7. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Ngô Gia Tự - Hai Bà Trưng 2020-2021
Đề số 8. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Hà Nội Amsterdam 2020-2021
Đề số 9. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Phú Diễn 2020-2021
Đề số 10. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 thị xã Sơn Tây 2020-2021
Đề số 11. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Tây Sơn 2020-2021
Đề số 12. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Thanh Xuân 2020-2021
Đề số 13. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS thị trấn Văn Điển huyện Thanh Trì 2020-2021
Đề số 14. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Bế Văn Đàn – Đống Đa 2020-2021
Đề số 15. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Mễ Trì – Nam Từ Liêm 2020-2021
Đề số 16. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Quỳnh Mai 2020-2021
Đề số 17. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Thanh Liệt 2020-2021
Đề số 18. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Mỹ Đình 2 – Nam Từ Liêm 2020-2021
Đề số 19. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Nam Trung Yên Cầu Giấy 2020-2021
Đề số 20. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Nguyễn Du 2020-2021
Đề số 21. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Tây Sơn 2020-2021
Đề số 22. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Tây Tựu- Bắc Từ Liêm 2020-2021
Đề số 24. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Tô Hiến Thành 2020-2021
Đề số 25. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Hà Nội Amsterdam 2020-2021
Đề số 26. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Lê Quý Đôn 2020-2021
Đề số 27. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Hoàng Liệt – Hoàng Mai2020-2021
Đề số 28. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Tô Hoàng 2020-2021
Đề số 29. Đề toán giữa kì 1 lớp 9 trường THCS Trần Phú – Hoàng Mai 2020-2021

ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT THÁNG 12 – Năm học 2020 – 2021
TRƯỜNG THCS NAM TỪ LIÊM
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. (2,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

a) $A=\left(4\sqrt{8}-\sqrt{72}+5\sqrt{\frac{1}{2}}\right).2\sqrt{2}$ b) $B=\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right).$

2. Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2-4x+4}+1=4x.$

Bài 2. (2,0 điểm) Cho các biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}+3}{x-1}\left(x>0,x\neq 1\right).$

a) Tìm x để $A=\frac{1}{2}.$

b) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}.$

c) Đặt $P=A.B$. Tìm x để $\sqrt{P}<\frac{1}{2}.$

Bài 3. (2,0 điểm) Cho hàm số bậc nhất $y=\left(2m-1\right)x-4$ có đồ thị là đường thẳng $\left(d\right)$ $\left(m\neq\frac{1}{2}\right).$

1) Với $m=1$

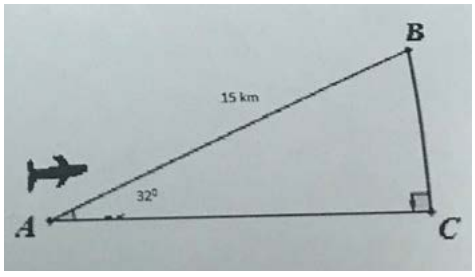
a) Vẽ đồ thị hàm số trên

b) Tìm tọa độ giao điểm C của $\left(d\right)$ với đồ thị hàm số $y=3x+2\left(d_1\right).$

2) Tìm m để $\left(d\right)$ cắt trục Ox,Oy lần lượt tại A,B sao cho tam giác AOB cân.

Bài 4. (3,5 điểm**)**

1) Hình vẽ bên minh họa một chiếc máy bay đang cất cánh từ sân bay. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc bằng $32°$. Hỏi sau khi bay được quãng đường 15 km thì máy bay đang ở độ cao bao nhiêu so với mặt đất? (*kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất nhất*)



2) Cho ΔABC nhọn nội tiếp $(O;R)$. Gọi H là giao điểm của hai đường cao BF, CE. Gọi I là trung điểm của BC.

a) Chứng minh 4 điểm $B;E;F;C$ cùng thuộc một đường tròn.

b) Vẽ đường kính AD. Chứng minh $BD // CH$ và H đối xứng với D qua I.

c) Gọi K là trung điểm của AH. Chứng minh $EK \perp EI$.

d) Giả sử B,C cố định, A di chuyển trên đường tròn thì trực tâm H của tam giác ABC di động trên đường nào?

Bài 5. **(0,5 điểm)** Cho $x>0$, $y>0$ và $x+y\le 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{1}{xy}+4xy$.

ଓ HẾT ଌ

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT THÁNG 12
THCS NAM TỪ LIÊM

Bài 1. (2,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

a) $A=\left(4\sqrt{8}-\sqrt{72}+5\sqrt{\frac{1}{2}}\right).2\sqrt{2}$ b) $B=\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right).$

2. Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2-4x+4}+1=4x.$

Lời giải

1. Thực hiện phép tính:

a) $A=\left(4\sqrt{8}-\sqrt{72}+5\sqrt{\frac{1}{2}}\right).2\sqrt{2}=\left(8\sqrt{2}-6\sqrt{2}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right).2\sqrt{2}=\frac{9\sqrt{2}}{2}.2\sqrt{2}=18.$

b) $B=\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)=\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)}{\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

$=\sqrt{5}+1+\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{5}=1.$

2. Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2-4x+4}+1=4x$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x-2)^2}=4x-1$ (Điều kiện : $x\ge\frac{1}{4}$)

$\Leftrightarrow|x-2|=4x-1$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=4x-1\\x-2=-4x+1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x=-1\\5x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{-1}{3}(L)\\x=\frac{3}{5}(TM)\end{array}\right.$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{\frac{3}{5}\right\}.$

Bài 2. (2,0 điểm) Cho các biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}+3}{x-1}\left(x>0,x\ne1\right).$

a) Tìm x để $A=\frac{1}{2}.$

b) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}.$

c) Đặt $P=A.B.$ Tìm x để $\sqrt{P}<\frac{1}{2}.$

Lời giải

a) Tìm x để $A=\frac{1}{2}$

$A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}\left(x>0\right)$

Để $A=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2\left(\sqrt{x}-2\right)=\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}-4=\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-16\left(\mathrm{L}\right)\\x=16\left(\mathrm{TM}\right)\end{array}\right.$

Vậy để $A=\dfrac{1}{2}$ thì $x=16$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

$B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}+3}{x-1}\left(x>0,x\neq 1\right)$

$=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$

$=\dfrac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\dfrac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$

$=\dfrac{x+\sqrt{x}-3\sqrt{x}-3+\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$

$=\dfrac{x-\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$

$=\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$

$=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$.

c) Đặt $P=A.B$. Tìm x để $\sqrt{P}<\dfrac{1}{2}$

$P=A.B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}.\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

$=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$

Để $\sqrt{P}<\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\sqrt{\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}}<\dfrac{1}{2}(x>4)$

$\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}<\dfrac{1}{4}$

$\Leftrightarrow 4\left(\sqrt{x}-2\right)<\sqrt{x}+1$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{x}-8<\sqrt{x}+1$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x}<9$

$\Leftrightarrow\sqrt{x}<3$

$\Leftrightarrow x<9$

Vậy $\sqrt{P}<\dfrac{1}{2}$ thì $4<x<9$.

Bài 3. (2,0 điểm) Cho hàm số bậc nhất $y=(2m-1)x-4$ có đồ thị là đường thẳng (d) $\left(m\neq\dfrac{1}{2}\right)$.

1) Với $m=1$

a) Vẽ đồ thị hàm số trên

b) Tìm tọa độ giao điểm C của (d) với đồ thị hàm số $y=3x+2(d_1)$.

2) Tìm m để (d) cắt trục Ox,Oy lần lượt tại A,B sao cho tam giác AOB cân.

Lời giải

1) Với $m=1$ ta có: $y=(2.1-1)x-4\Leftrightarrow y=x-4$.

a) Vẽ đồ thị hàm số trên

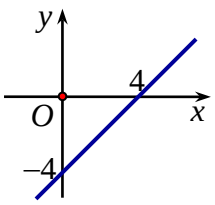
+ Gọi đường thẳng (d) là đồ thị của hàm số $y=x-4$.

+ $(d)\cap$ Ox : Ta có: $y=0\Rightarrow x=4\Rightarrow A(4;0)$

+ $(d)\cap$ Oy: Ta có: $x=0\Rightarrow y=-4\Rightarrow B(0;-4)$

+ Đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;-4)$

+ Đồ thị:



2) Gọi C là giao điểm của (d) với đồ thị hàm số $y=3x+2(d_1)$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (d_1) ta có: $x-4=3x+2$

$\Leftrightarrow 2x=-6 \Leftrightarrow x=-3$

Thay $x=-3$ vào hàm số $y=x-4 \Rightarrow y=-7$

$\Rightarrow C(-3;-7)$

Vậy $C(-3;-7)$.

2) Tìm m để (d) cắt trục Ox,Oy lần lượt tại A,B sao cho tam giác AOB cân.

+ Gọi đường thẳng (d) là đồ thị của hàm số $y=(2m-1)x-4\left(m\neq\frac{1}{2}\right)$

+ $(d)\cap Ox$: Ta có: $y=0 \Rightarrow x=\frac{4}{2m-1} \Rightarrow A\left(\frac{4}{2m-1};0\right)$

+ $(d)\cap Oy$: Ta có: $x=0 \Rightarrow y=-4 \Rightarrow B(0;-4)$

+ $OA=\sqrt{\left(\frac{4}{2m-1}\right)^2}$, $OB=\sqrt{(-4)^2}=4$.

Để (d) cắt trục Ox,Oy lần lượt tại A,B sao cho tam giác AOB cân

$OA=OB \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{4}{2m-1}\right)^2}=\sqrt{16}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{2m-1}\right)^2=16$

$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{2m-1}\right)^2=(4)^2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{4}{2m-1}=4\\ \frac{4}{2m-1}=-4\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4=4(2m-1)\\ 4=-4(2m-1)\end{array}\right.$

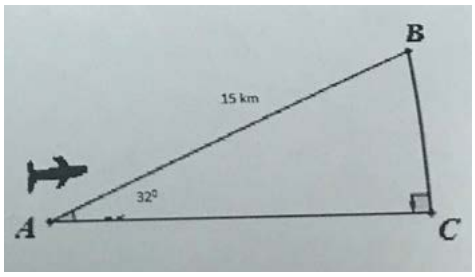
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4=8m-4\\ 4=-8m+4\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=0\end{array}\right.(\text{TM})$

Vậy để (d) cắt trục Ox,Oy lần lượt tại A,B sao cho tam giác AOB cân thì $m=1,m=0$.

Bài 4. (3,5 điểm)

1) Hình vẽ bên minh họa một chiếc máy bay đang cất cánh từ sân bay. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc bằng $32°$. Hỏi sau khi bay được quãng đường 15 km thì máy bay đang ở độ cao bao nhiêu so với mặt đất? (*kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất nhất*)



2) Cho ΔABC nhọn nội tiếp $(O;R)$. Gọi H là giao điểm của hai đường cao BF, CE. Gọi I là trung điểm của BC.

a) Chứng minh 4 điểm $B;E;F;C$ cùng thuộc một đường tròn.

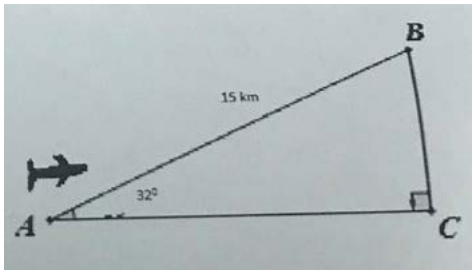
b) Vẽ đường kính AD. Chứng minh $BD // CH$ và H đối xứng với D qua I.

c) Gọi K là trung điểm của AH. Chứng minh $EK \perp EI$.

d) Giả sử B,C cố định, A di chuyển trên đường tròn thì trực tâm H của tam giác ABC di động trên đường nào?

Lời giải

1) Độ cao của máy bay so với mặt đất chính là độ dài cạnh CB.



Xét tam giác ACB vuông tại C, có $CB = AB.\sin A = 15.\sin 32° \simeq 7,9$ (km).

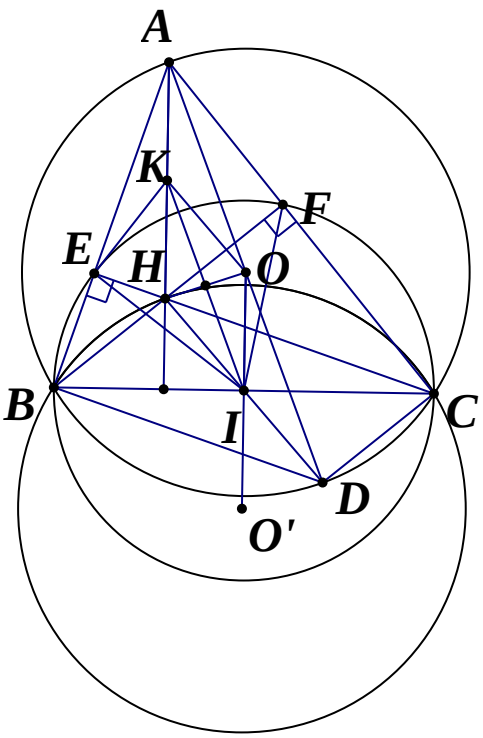
2) a) Xét tam giác BCE vuông tại E (vì $CE \perp AB(gt) \Rightarrow \widehat{CEB} = 90°$) nên tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBCE là trung điểm I của cạnh huyền BC hay B,E,C thuộc $\left(I;\dfrac{BC}{2}\right)$ (1)

Tương tự, ta có B,F,C thuộc $\left(I;\dfrac{BC}{2}\right)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm B,E,F,C cùng thuộc đường tròn $\left(I;\dfrac{BC}{2}\right)$ (đpcm).

b) Xét ΔABD có O là trung điểm AD đồng thời là tâm đường tròn ngoại tiếp nên AD là cạnh huyền hay ΔABD vuông tại $B \Rightarrow \widehat{ABD} = 90° \Rightarrow BD \perp BA$; lại có

$CH \perp AB$ (do H là trực tâm của ΔABC) nên suy ra $BD // CH$ (do cùng vuông góc với AB) (đpcm)



Tương tự, ta có $DC // BH$ (do cùng vuông góc với AC).

Xét tứ giác $BHCD$ có $\begin{cases} BH // CD \\ BD // CH \end{cases}$ (cmt) $\Rightarrow BHCD$ là hình bình hành, mà có I là trung điểm của đường chéo BC nên I cũng là trung điểm của đường chéo HD hay H đối xứng với D qua I (đpcm).

c) Có ΔAEH vuông tại E và K là trung điểm của AH (gt)

$\Rightarrow EK = \frac{1}{2} AH = AK = KH$

(Đường trung tuyến bằng nửa cạnh huyền tương ứng).

$\Rightarrow \Delta AKE$ cân tại $K \Rightarrow \widehat{KAE} = \widehat{KEA}$ hay $\widehat{BAH} = \widehat{AEK}$ (3).

Tương tự cũng có ΔICE cân tại $I \Rightarrow \widehat{IEC} = \widehat{ICE}$ hay $\widehat{IEC} = \widehat{HCB}$ (4)

Lại có $\widehat{HAB} = \widehat{HCB}$ (cùng phụ với $\widehat{ABC}$) (5)

Từ (3),(4) và (5) suy ra $\widehat{AEK} = \widehat{IEH}$; mà $\widehat{AEK} + \widehat{KEH} = \widehat{AEH} = 90°$

$\Rightarrow \widehat{KEH} + \widehat{HEI} = 90°$ hay $\widehat{KEI} = 90° \Leftrightarrow EK \perp EI$ (đpcm).

d) Theo ý b) có H đối xứng với D qua điểm I mà I là trung điểm của BC-cố định nên I cố định và D thuộc đường tròn $(O;R)$ nên suy ra H cũng thuộc đường

tròn tâm O' với O' đối xứng với O qua I. Khi A di động trên (O) và ΔABC nhọn nên H sẽ di động trên cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$ của (O').

Bài 5. (0,5 điểm) Cho $x>0$, $y>0$ và $x+y\le 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{1}{xy}+4xy$.

Lời giải

Ta có $P=\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{1}{xy}+4xy=\left(\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{1}{2xy}\right)+\left(4xy+\dfrac{1}{4xy}\right)+\dfrac{1}{4xy}$.

Áp dụng bất đẳng thức $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\ge\dfrac{4}{a+b}$ ta có: $\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{1}{2xy}\ge\dfrac{4}{x^2+y^2+2xy}=\dfrac{4}{(x+y)^2}$.

Từ $(x-y)^2\ge 0\Leftrightarrow x^2+y^2\ge 2xy\Leftrightarrow x^2+2xy+y^2\ge 4xy\Leftrightarrow\dfrac{1}{(x+y)^2}\le\dfrac{1}{4xy}$.

Dấu "=" xảy ra khi $x=y$

Do đó $P=\left(\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{1}{2xy}\right)+\left(4xy+\dfrac{1}{4xy}\right)+\dfrac{1}{4xy}\ge\dfrac{4}{(x+y)^2}+2.\sqrt{4xy.\dfrac{1}{4xy}}+\dfrac{1}{(x+y)^2}$

$\ge 4+2+1=7$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}x=y\\x+y=1\end{cases}\Leftrightarrow x=y=\dfrac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng 7 khi $x=y=\dfrac{1}{2}$.

TRƯỜNG THCS NGÔ GIA TỰ - HAI BÀ TRƯNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

Câu 1. (3,0 *điểm*) Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x\geq 0; x\neq 25$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$

b) Tìm $x\in\mathbb{Z}$ để $A\in\mathbb{Z}$.

c) Chứng minh rằng : $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

d) Tìm x để $A>B.\left(2\sqrt{x}+5\right)$.

Câu 2. (3,0 *điểm*)

Cho các đường thẳng $y=x+1\left(d_1\right);\quad y=3x-2\left(d_2\right);\quad y=\left(2m+3\right)x-1\left(d_3\right)$.

a) Vẽ đồ thị hàm số $\left(d_1\right);\left(d_2\right)$ trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Tìm m để ba đường thẳng đồng quy.

c) Chứng minh rằng $\left(d_3\right)$ luôn đi qua một điểm với mọi giá trị của m.

Câu 3. (3,5 điểm) Cho ΔABC cân tại A, đường cao AH, BK.

a) Chứng minh: Bốn điểm A, B, H, K nằm trên cùng một đường tròn.

b) Kẻ dây $KF\perp AB$ tại I. Biết $AK=4\text{cm}, AC=5\text{cm}$. Tính độ dài IA.

c) Chứng minh ΔAFK cân.

d) BF cắt AH tại E. Chứng minh $\widehat{FAK}=\widehat{KBE}$.

Câu 4. Giải phương trình

$$2\sqrt{1-x}+\sqrt{1-x^2}=3-x$$

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I - TOÁN 9
TRƯỜNG THCS NGÔ GIA TỰ– HAI BÀ TRƯNG
Năm học: 2020-2021

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. (3,0 *điểm*) Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x+5}}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x\ge 0; x\ne 25$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

b) Tìm $x\in\mathbb{Z}$ để $A\in\mathbb{Z}$.

c) Chứng minh rằng : $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

d) Tìm x để $A>B.\left(2\sqrt{x}+5\right)$.

Lời giải

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$

Với $x=16\left(tmdk\right)$ thay vào A ta được $A=\dfrac{\sqrt{16}+2}{\sqrt{16}-5}=\dfrac{6}{-1}=-6$

Vậy $A=-6$

b) Tìm $x\in\mathbb{Z}$ để $A\in\mathbb{Z}$.

$$A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}=\frac{\sqrt{x}-5+7}{\sqrt{x}-5}=1+\frac{7}{\sqrt{x}-5}$$

Để $A\in Z$ khi $\sqrt{x}-5\in \mathbf{Ư(7)}$

Ta có $\mathbf{Ư(7)}=\left\{\pm 1;\pm 7\right\}$

Vậy $x\in\left\{36;16;144\right\}$.

c) Chứng minh rằng : $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$

$$B=\frac{3}{\sqrt{x}+5}+\frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}=\frac{3\left(\sqrt{x}-5\right)+20-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}=\frac{\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}=\frac{1}{\sqrt{x}-5}$$

Vậy $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

d) Tìm x để $A > B.\left(2\sqrt{x}+5\right)$.

Ta có: $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} > \frac{1}{\sqrt{x}-5}\left(2\sqrt{x}+5\right) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2-2\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-5} > 0$

$\Leftrightarrow \frac{-\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-5} > 0 \Leftrightarrow \frac{-\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}-5} > 0 \Leftrightarrow \frac{\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}-5} < 0$

Vì $x \ge 0 \Rightarrow \sqrt{x} \ge 0 \Rightarrow \sqrt{x}+3 > 0$

$\Rightarrow \sqrt{x}-5 < 0 \Leftrightarrow x < 25$.

Kết hợp điều kiện ta được : $0 \le x < 25$ thì $A > B.\left(2\sqrt{x}+5\right)$.

Câu 2. (3,0 *điểm*)

Cho các đường thẳng $y = x+1\left(d_1\right)$; $y = 3x-2\left(d_2\right)$; $y = \left(2m+3\right)x-1\left(d_3\right)$.

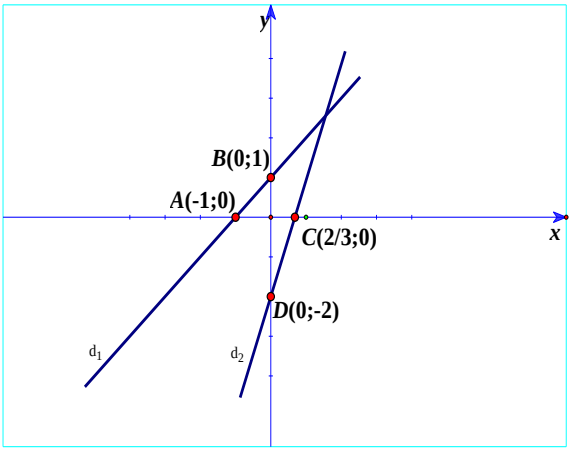
a) Vẽ đồ thị hàm số $\left(d_1\right);\left(d_2\right)$ trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Tìm m để ba đường thẳng đồng quy.

c) Chứng minh rằng $\left(d_3\right)$ luôn đi qua một điểm với mọi giá trị của m.

Lời giải

a) Vẽ đồ thị hàm số $\left(d_1\right);\left(d_2\right)$ trên cùng hệ trục tọa độ.



Ta có: $\left(d_1\right)$ cắt Ox tại điểm $A\left(-1;0\right)$ và cắt trục Oy tại điểm $B\left(0;1\right)$, đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm A và B.

Ta có: $\left(d_2\right)$ cắt Ox tại điểm $C\left(\frac{2}{3};0\right)$ và cắt trục Oy tại điểm $D\left(0;-2\right)$, đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm C và D.

b)

Ta có $1 \ne 3$ nên $\left(d_1\right)$ và $\left(d_2\right)$ là hai đường thẳng cắt nhau.

Điều kiện để đường thẳng $\left(d_3\right)$ cắt $\left(d_1\right),\left(d_2\right)$:

$\begin{cases} 2m+3 \ne 1 \\ 2m+3 \ne 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \ne -2 \\ 2m \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne -1 \\ m \ne 0 \end{cases}$.

Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng $\left(d_1\right)$ và $\left(d_2\right)$, tọa độ A thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} y = x+1 \\ y = 3x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x+1 \\ x+1 = 3x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x+1 \\ -2x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{5}{2} \\ x = \dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$$

Để ba đường thẳng đồng quy thì (d_3) đi qua giao điểm A của (d_1) và (d_2).

Thay tọa độ của A vào (d_3) ta được:

$\frac{5}{2} = (2m+3).\frac{3}{2} - 1 \Rightarrow 3m = -1 \Rightarrow m = \frac{-1}{3}$ (tmđk).

Vậy $m = \frac{-1}{3}$ thì ba đường thẳng đồng quy.

c) Chứng minh rằng (d_3) luôn đi qua một điểm với mọi giá trị của m.

Gọi $I(x_o; y_0)$ là điểm cố định mà đường thẳng (d_3) luôn đi qua với mọi giá trị của m.

Khi đó

$y_0 = (2m+3)x_0 - 1$, $\forall m$

$\Leftrightarrow 2mx_0 = y_0 - 3x_0 + 1$, $\forall m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 = 0 \\ y_0 - 3x_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = -1 \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng (d_3) luôn đi qua điểm cố định $I(0;-1)$ với mọi giá trị của m.

Câu 3. (3,5 điểm) Cho ΔABC cân tại A, đường cao AH, BK.

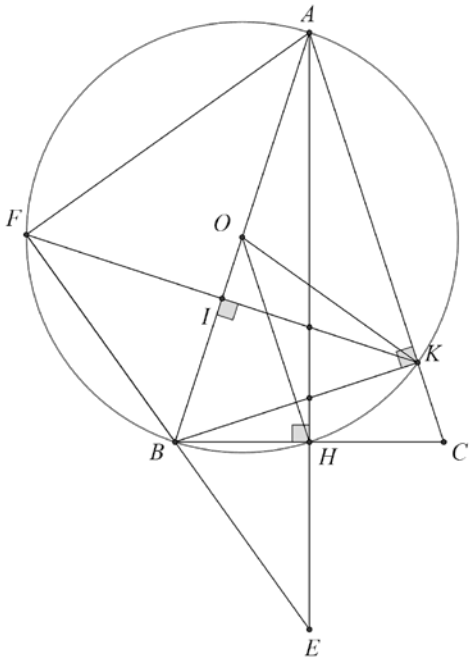
a) Chứng minh: Bốn điểm A, B, H, K nằm trên cùng một đường tròn.

b) Kẻ dây $KF \perp AB$ tại I. Biết $AK = 4\text{cm}, AC = 5\text{cm}$. Tính độ dài IA.

c) Chứng minh ΔAFK cân.

d) BF cắt AH tại E. Chứng minh $\widehat{FAK} = \widehat{KBE}$.

Lời giải



a) Gọi O là trung điểm AB.

Xét tam giác ABK vuông tại K, có OK là trung tuyến nên $OK = OA = OB$.

Xét tam giác AHB vuông tại H có OH là đường trung tuyến nên $OH = OA = OB$.

Suy ra $OA = OB = OK = OH$ nên bốn điểm A, K, H, B cùng nằm trên đường tròn tâm O, đường kính AB.

b) Vì tam giác ABC cân tại $AB = AC = 5\,\text{cm}$.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông AKB ta có:

$$AK^2 = AI.AB \Rightarrow AI = \frac{AK^2}{AB} = \frac{4^2}{5} = 3,2\,\text{cm}.$$

c) Trong đường tròn (O), có AB là đường kính, dây cung FK vuông góc AB nên I là trung điểm $FK \Rightarrow OA$ là trung trực đoạn FK nên $AF = AK \Rightarrow \Delta AFK$ cân tại A.

d) Tam giác FAB nội tiếp đường tròn tâm O, đường kính AB nên $\widehat{AFB} = 90°$.

Xét tứ giác $AKBF$ có $\widehat{AFB} = \widehat{AKB} = 90°$ nên $\widehat{FAK} + \widehat{KBF} = 180°$

Mà $\widehat{KBE} + \widehat{KBF} = 180°$ (hai góc kề bù) nên $\widehat{FAK} = \widehat{KBE}$.

Câu 4. (0,5 điểm)Giải phương trình: $2\sqrt{1-x} + \sqrt{1-x^2} = 3-x$.

Lời giải

$2\sqrt{1-x} + \sqrt{1-x^2} = 3-x$

Điều kiện: $-1 \le x \le 1$

$$2\sqrt{1-x}+\sqrt{1-x^2}=3-x$$

$$\Leftrightarrow -x-2\sqrt{1-x}-\sqrt{1-x^2}+3=0$$

$$\Leftrightarrow (2-2\sqrt{1-x})+\left[(1-x)-\sqrt{1-x^2}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(1-1+x)}{\sqrt{1-x}+1}+\frac{1+2x+x^2-1+x^2}{\sqrt{1-x^2}+1-x}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{\sqrt{1-x}+1}+\frac{2x+2x^2}{\sqrt{1-x^2}+1-x}=0$$

$$\Leftrightarrow 2x\left(\frac{1}{\sqrt{1-x}+1}+\frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}+1-x}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=0\\ \dfrac{1}{\sqrt{1-x}+1}+\dfrac{1+x}{\sqrt{1-x^2}+1-x}=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ \dfrac{1}{\sqrt{1-x}+1}+\dfrac{1+x}{\sqrt{1-x^2}+1-x}=0\ (1)\end{array}\right.$$

Giải (1): điều kiện: $-1\le x\le 1$ nên

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}+1}>0;\frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}+1-x}\ge 0$$

Do đó (1) vô nghiệm.

Vậy $x=0$

HẾT

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG GIỮA KỲ I
QUẬN HÀ ĐÔNG - MÔN TOÁN 9
NĂM HỌC 2020-2021.
MÔN: TOÁN

Bài 1: **(2 điểm) Thực hiện phép tính :**

1) $A=\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{50}{3}}-\sqrt{24}\right).\sqrt{6}$.

2) $B=\left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{\sqrt{2}-1}+\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1}\right):\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$.

Bài 2: **(2,5 điểm) Giải phương trình:**

1) $\sqrt{3x}-5\sqrt{12x}+7\sqrt{27x}=12$.

2) $\sqrt[3]{x^2+2}=3$.

Bài 3: (2 điểm) Cho hai biểu thức: $A=\frac{x+7}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}-\frac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9}$ với $x>0;\ x\neq 9$.

1) Tính giá trị biểu thức của A khi $x=1,44$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\frac{1}{B}+A$.

Bài 4: (3 điểm) Cho tam giác ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $BC=8\text{cm}$, $BH=2\text{cm}$.

1) Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC, AH.

2) Trên cạnh AC lấy điểm K $(K\neq A, K\neq C)$, gọi D là hình chiếu của A trên BK. Chứng minh rằng: $BD.BK=BH.BC$.

3) Chứng minh rằng: $S_{BHD}=\frac{1}{4}S_{BKC}\cos^2\widehat{ABD}$.

Bài 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $K=\sqrt{5x+6\sqrt{5x-9}}+\sqrt{5x-6\sqrt{5x-9}}$.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1: **(2 điểm) Thực hiện phép tính :**

1) $A=\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{50}{3}}-\sqrt{24}\right).\sqrt{6}$.

2) $B=\left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{\sqrt{2}-1}+\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1}\right):\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$.

Lời giải

1) $A=\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{50}{3}}-\sqrt{24}\right).\sqrt{6}$

$A=\left(\frac{\sqrt{6}}{3}+\frac{5\sqrt{6}}{3}-2\sqrt{6}\right).\sqrt{6}$

$A=\left(\frac{6\sqrt{6}}{3}-2\sqrt{6}\right).\sqrt{6}$

$A=\left(2\sqrt{6}-2\sqrt{6}\right).\sqrt{6}$

$A=0.\sqrt{6}=0$.

2) $B=\left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{\sqrt{2}-1}+\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1}\right):\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

$B=\left(\frac{\sqrt{7}\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}-1}+\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}-1}\right):\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

$B=\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right).\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)$

$B=7-5=2$.

Bài 2: (2,5 điểm) Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{3x}-5\sqrt{12x}+7\sqrt{27x}=12$**.**

2) $\sqrt[3]{x^2+2}=3$**.**

Lời giải

1) ĐKXĐ: $x\ge 0$.

$\sqrt{3x}-5\sqrt{12x}+7\sqrt{27x}=12$

$\Leftrightarrow \sqrt{3x}-5.2\sqrt{3x}+7.3\sqrt{3x}=12$

$\Leftrightarrow \sqrt{3x}-10\sqrt{3x}+21\sqrt{3x}=12$

$\Leftrightarrow 12\sqrt{3x}=12$

$\Leftrightarrow \sqrt{3x}=1$

$\Leftrightarrow 3x=1$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}>0$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$.

2) $\sqrt[3]{x^2+2}=3$

$\Leftrightarrow x^2+2=27 \Leftrightarrow x^2=25 \Leftrightarrow x=\pm 5$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{\pm 5\}$.

Bài 3: (2 điểm) Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{x+7}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9}$ với $x>0;\ x\neq 9$.

1) Tính giá trị biểu thức của A khi $x=1,44$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\dfrac{1}{B}+A$.

Lời giải

a) Thay $x=1,44$ (tmđk) vào biểu thức A ta được:

$A=\dfrac{1,44+7}{\sqrt{1,44}}=\dfrac{8,44}{1,2}=\dfrac{211}{30}$.

Vậy tại $x=1,44$ thì $A=\dfrac{211}{30}$.

b) ĐKXĐ: $x>0;\ x\neq 9$.

$B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9}$

$B=\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)+\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)-2x+\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$

$$B=\frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-\sqrt{x}-3-2x+\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$$

c) ĐKXĐ: $x>0;\ x\neq 9$.

$$S=\frac{1}{B}+A=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}+\frac{x+7}{\sqrt{x}}=\frac{x+\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\frac{4}{\sqrt{x}}+1.$$

Vì $\sqrt{x}>0;\ \frac{4}{\sqrt{x}}>0$ nên áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số dương $\sqrt{x}$ và $\frac{4}{\sqrt{x}}$, ta được:

$$\sqrt{x}+\frac{4}{\sqrt{x}}\geq 2\sqrt{\sqrt{x}.\frac{4}{\sqrt{x}}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}+\frac{4}{\sqrt{x}}\geq 2.2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}+\frac{4}{\sqrt{x}}\geq 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}+\frac{4}{\sqrt{x}}+1\geq 5.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x}=\frac{4}{\sqrt{x}}\Rightarrow x=4$ (thỏa mãn).

Vậy GTNN của S là 5 đạt được khi $x=4$.

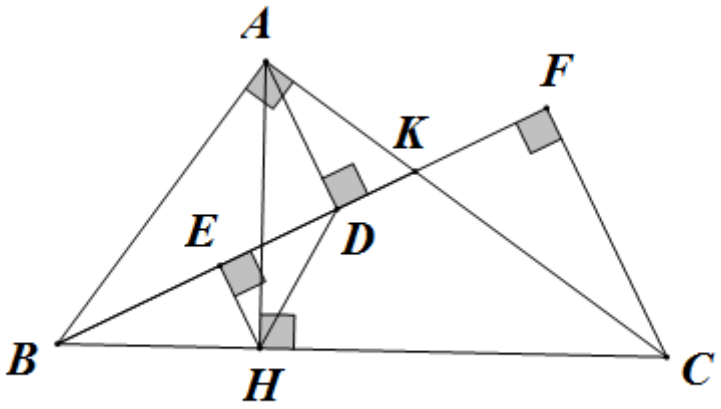
Bài 4: (3 điểm) Cho tam giác ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $BC=8\text{cm}$, $BH=2\text{cm}$.

1) Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC, AH.

2) Trên cạnh AC lấy điểm K $(K\neq A, K\neq C)$, gọi D là hình chiếu của A trên BK. Chứng minh rằng: . $BD.BK=BH.BC$.

3) Chứng minh rằng: $S_{BHD}=\frac{1}{4}S_{BKC}\cos^2\widehat{ABD}$.

Lời giải



1) Xét ΔABC vuông tại A; đường cao AH.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$AB^2 = BH.BC = 2.8 = 16 \Rightarrow AB = 4\,\text{cm}$

$AC^2 = HC.BC = (BC - BH).BC = 6.8 = 48 \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$

$AH^2 = HB.HC \Rightarrow AH = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$.

2) Xét tam giác vuông ABK, đường cao AD ta có: $AB^2 = BD.BK$ (1)

Xét tam giác vuông ABC, đường cao AH ta có: $AB^2 = BH.BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BD.BK = BH.BC = AB^2$ (đpcm).

3) Gọi E là hình chiếu của H lên BD, F là hình chiếu của C lên BK. Ta có

$$\frac{S_{BHD}}{S_{BKC}} = \frac{\frac{1}{2}.HE.BD}{\frac{1}{2}.CF.BK} = \frac{HE}{CF}.\frac{BD}{BK} = \frac{BH}{BC}.\frac{BD}{BK} = \frac{BH}{BC}.\frac{BD.BK}{BK^2} = \frac{BH}{BC}.\frac{BA^2}{BK^2} = \frac{1}{4}\cos.\widehat{ABD}$$

$\Rightarrow S_{BHD} = \frac{1}{4} S_{BKC} \cos^2 \widehat{ABD}$.

Bài 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $K = \sqrt{5x + 6\sqrt{5x-9}} + \sqrt{5x - 6\sqrt{5x-9}}$

Lời giải

ĐKXĐ: $x \geq \frac{9}{5}$

Với $x \ge \frac{9}{5}$ ta có:

$K = \sqrt{\left(\sqrt{5x-9}+3\right)^2} + \sqrt{\left(3-\sqrt{5x-9}\right)^2}$

$K = \sqrt{5x-9}+3+\left|3-\sqrt{5x-9}\right|.$

Với $x \ge \frac{9}{5}$ ta có:

$\left|3-\sqrt{5x-9}\right| \ge 3-\sqrt{5x-9}$

$\Rightarrow \sqrt{5x-9}+3+\left|3-\sqrt{5x-9}\right| \ge \sqrt{5x-9}+3+3-\sqrt{5x-9}$

$\Rightarrow K \ge 6.$

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow 3-\sqrt{5x-9} \ge 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{5x-9} \le 3$

$\Leftrightarrow 5x-9 \le 9$

$\Leftrightarrow x \le \frac{18}{5}.$

Mà $x \ge \frac{9}{5}$ nên $\frac{9}{5} \le x \le \frac{18}{5}.$

Vậy K có giá trị nhỏ nhất là 6 đạt được khi và chỉ khi $\frac{9}{5} \le x \le \frac{18}{5}.$

HẾT

TRƯỜNG THCS BA ĐÌNH
ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ 1
NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

Câu 1. Tính giá trị biểu thức

a) $2\sqrt{45}+\sqrt{5}-3\sqrt{80}$

b) $\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}+\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-6\sqrt{\dfrac{16}{3}}$

c) $\tan^2 40^o.\sin^2 50^o-3+\left(1-\sin 40^o\right)\left(1+\sin 40^o\right)$

Câu 2. Giải phương trình:

a) $\sqrt{4-3x}=8$

b) $\sqrt{4x-8}-12\sqrt{\dfrac{x-2}{9}}=-1$

c) $\left(2\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)=7$

Câu 3. Cho biểu thức: $A=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x>0, x\neq 1, x\neq 9$.

a)Tính giá trị biểu thức B khi $x=36$.

b)Tìm x để $B<\dfrac{1}{2}$

c)Rút gọn biểu thức A.

d)Tìm giá trị x nguyên nhỏ nhất để biểu thức $P=A.B$ nguyên.

Câu 4.

1)Một chiếc máy bay cất cánh theo một góc 25^o so với phương ngang. Hỏi muốn đạt độ cao 2000m thì máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét? (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất*)

2)Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

a)Biết $AB=4$ cm, $AC=4\sqrt{3}$ cm. Giải tam giác ABC.

b)Kẻ HD, HE lần lượt vuông góc với AB, AC (D thuộc AB, E thuộc AC). Chứng minh $BD.DA+CE.EA=AH^2$

c)Lấy điểm M nằm giữa E và C, kẻ AI vuông góc với MB tại I. Chứng minh $\sin\widehat{AMB}.\sin\widehat{ACB}=\dfrac{HI}{CM}$

Câu 5. Giải phương trình $2\left(x-\sqrt{2x^2+5x-3}\right)=1+x\left(\sqrt{2x-1}-2\sqrt{x+3}\right)$.

TRƯỜNG THCS BA ĐÌNH

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ 1

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tính giá trị biểu thức

a) $2\sqrt{45}+\sqrt{5}-3\sqrt{80}$

b) $\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}+\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-6\sqrt{\dfrac{16}{3}}$

c) $\tan^2 40^o.\sin^2 50^o-3+\left(1-\sin 40^o\right)\left(1+\sin 40^o\right)$

Lời giải

a) $2\sqrt{45}+\sqrt{5}-3\sqrt{80}$

$2\sqrt{45}+\sqrt{5}-3\sqrt{80}$

$=2\sqrt{9.5}+\sqrt{5}-3\sqrt{16.5}$

$=2\sqrt{3^2.5}+\sqrt{5}-3\sqrt{4^2.5}$

$=2.3\sqrt{5}+\sqrt{5}-3.4\sqrt{5}$

$=6\sqrt{5}+\sqrt{5}-12\sqrt{5}$

$=-5\sqrt{5}$

b) $\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}+\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-6\sqrt{\dfrac{16}{3}}$

$=\left|2-\sqrt{3}\right|+\dfrac{2\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)}-6\sqrt{\dfrac{4^2}{3}}$

$=2-\sqrt{3}+\dfrac{2\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}-6\dfrac{4}{\sqrt{3}}$ (do $2>\sqrt{3}$ nên $\left|2-\sqrt{3}\right|=2-\sqrt{3}$)

$=2-\sqrt{3}+\dfrac{2\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}-8\sqrt{3}$

$=2-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1-8\sqrt{3}$

$=1-8\sqrt{3}$

c) $\tan^2 40^o.\sin^2 50^o-3+\left(1-\sin 40^o\right)\left(1+\sin 40^o\right)$

$\tan^2 40^o.\sin^2 50^o-3+\left(1-\sin 40^o\right)\left(1+\sin 40^o\right)$

$=\tan^2 40^o.\sin^2 50^o-3+\left(1-\sin^2 40^o\right)$

$=\dfrac{\sin^2 40^o}{\cos^2 40^o}.\cos^2 40^o-3+1-\sin^2 40^o$

$=\sin^2 40^o-3+1-\sin^2 40^o$

$=-2$

Câu 2. Giải phương trình:

a) $\sqrt{4-3x}=8$

b) $\sqrt{4x-8}-12\sqrt{\frac{x-2}{9}}=-1$

c) $\left(2\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)=7$

Lời giải

a) $\sqrt{4-3x}=8$

$\sqrt{4-3x}=8$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{4-3x}\right)^2=8^2$

$\Leftrightarrow 4-3x=64$

$\Leftrightarrow x=-20$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-20$

b) $\sqrt{4x-8}-12\sqrt{\frac{x-2}{9}}=-1$

Điều kiện xác định: $x-2\ge 0\Leftrightarrow x\ge 2$

$\sqrt{4x-8}-12\sqrt{\frac{x-2}{9}}=-1$

$\Leftrightarrow \sqrt{4(x-2)}-12\sqrt{\frac{1}{9}(x-2)}=-1$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2}-12.\frac{1}{3}\sqrt{x-2}=-1$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2}-4\sqrt{x-2}=-1$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2}=1$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-2}=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x-2=\frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow x=\frac{9}{4}$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có nghiệm $x=\frac{9}{4}$.

c) $\left(2\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)=7$

Điều kiện xác định: $x\ge 0$

$\left(2\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)=7$

$\Leftrightarrow 2x+\sqrt{x}-4\sqrt{x}-2=7$

$\Leftrightarrow 2x-3\sqrt{x}-9=0$

$\Leftrightarrow 2x-6\sqrt{x}+3\sqrt{x}-9=0$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+3(\sqrt{x}-3)=0$

$\Leftrightarrow (2\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}-3=0$ (do $2\sqrt{x}+3>0 \forall x \geq 0$)

$\Leftrightarrow \sqrt{x}=3$

$\Leftrightarrow x=9$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có nghiệm $x=9$.

Câu 3. Cho biểu thức: $A=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x>0, x\neq 1, x\neq 9$.

a)Tính giá trị biểu thức B khi $x=36$.

b)Tìm x để $B<\dfrac{1}{2}$

c)Rút gọn biểu thức A.

d)Tìm giá trị x nguyên nhỏ nhất để biểu thức $P=A.B$ nguyên.

Lời giải

a)Tính giá trị biểu thức B khi $x=36$.

Khi $x=36$ (thỏa mãn điều kiên xác định $x>0, x\neq 1, x\neq 9$), ta có:

$$B=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{36}-3}=\frac{6}{6-3}=2$$

Vậy $B=2$.

b)Tìm x để $B<\dfrac{1}{2}$

Ta có:

$B<\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}<\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{1}{2}<0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x}-\sqrt{x}+3}{2(\sqrt{x}-3)}<0$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}+3}{2(\sqrt{x}-3)}<0$

$\Leftrightarrow 2(\sqrt{x}-3)<0$ (do $\sqrt{x}+3>0 \quad \forall x>0, x\neq 1, x\neq 9$)

$\Leftrightarrow \sqrt{x}-3<0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}<3$

$\Leftrightarrow x<9$

Kết hợp với điều kiện xác định, ta có $\begin{cases}0<x<9\\ x\neq 1\end{cases}$ là giá trị cần tìm.

c)Rút gọn biểu thức A.

$$A=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$$

$$=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\right).\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\left(\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}-\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\right).\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}.\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}.\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$$

d)Tìm giá trị x nguyên nhỏ nhất để biểu thức $P=A.B$ nguyên.

$$P=A.B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\frac{\sqrt{x}-3+5}{\sqrt{x}-3}$$

$$=1+\frac{5}{\sqrt{x}-3}$$

Ta có: $P=A.B$ nguyên $\Leftrightarrow 1+\frac{5}{\sqrt{x}-3}$ nguyên $\Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x}-3}$ nguyên $\Leftrightarrow 5\vdots(\sqrt{x}-3)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}-3\in\{-5;-1;1;5\}$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}\in\{-2;2;4;8\}$

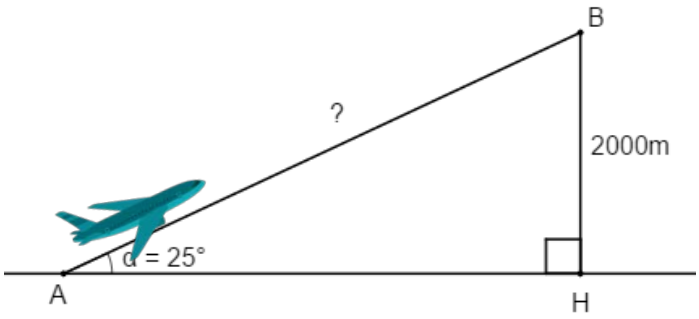
$\Leftrightarrow \sqrt{x}\in\{2;4;8\}$ (do $\sqrt{x}\geq 0\forall x\geq 0$)

$\Leftrightarrow x\in\{4;16;64\}$

Vậy $x=4$ là giá trị nguyên nhỏ nhất để biểu thức $P=A.B$ nguyên.

Câu 4.

a)Một chiếc máy bay cất cánh theo một góc 25^o so với phương ngang. Hỏi muốn đạt độ cao 2000m thì máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét? (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất*)



b)Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

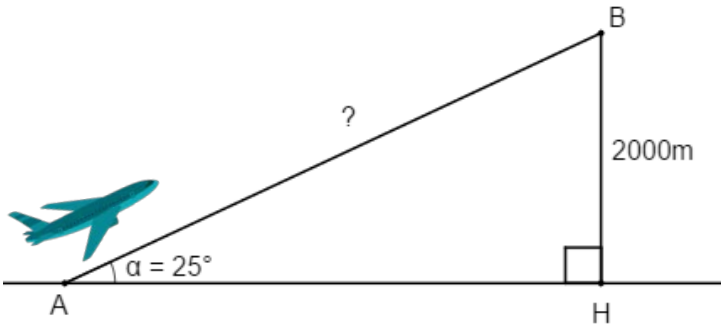
a) Biết $AB = 4$ cm, $AC = 4\sqrt{3}$ cm. Giải tam giác ABC.

b) Kẻ HD, HE lần lượt vuông góc với AB, AC (D thuộc AB, E thuộc AC). Chứng minh $BD.DA + CE.EA = AH^2$

c) Lấy điểm M nằm giữa E và C, kẻ AI vuông góc với MB tại I. Chứng minh $\sin\widehat{AMB}.\sin\widehat{ACB} = \dfrac{HI}{CM}$

Lời giải

1)

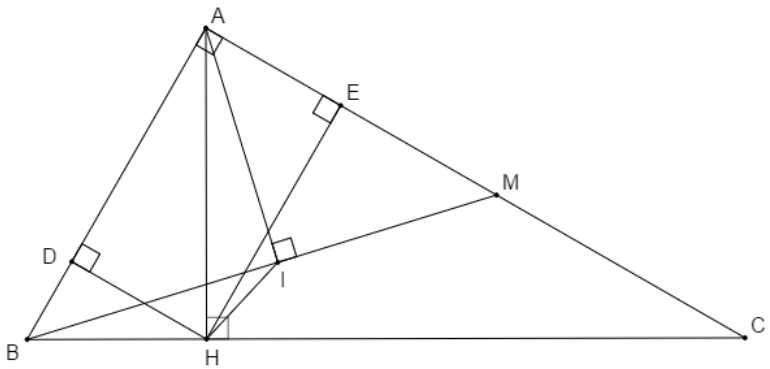


Xét ΔABC vuông tại H có:

$\dfrac{BH}{AB} = \sin\widehat{BAH} \Leftrightarrow \dfrac{2000}{AB} = \sin 25^o \Leftrightarrow AB = \dfrac{2000}{\sin 25^o} \approx 4732,4(m)$

Vậy muốn đạt độ cao 2000m thì máy bay phải bay một đoạn đường 4732,4m.

2)



a)Biết $AB = 4$ cm, $AC = 4\sqrt{3}$ cm. Giải tam giác ABC.

Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AH có:

$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 4^2 + (4\sqrt{3})^2 = BC^2 \Rightarrow BC = 8$

$\cos\widehat{ABC} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ABC} = 60^o$

$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^o \Rightarrow \widehat{ACB} = 90^o - \widehat{ABC} = 90^o - 60^o = 30^o$

b)Kẻ HD, HE lần lượt vuông góc với AB, AC (D thuộc AB, E thuộc AC). Chứng minh $BD.DA + CE.EA = AH^2$

Xét ΔABH vuông tại H, DH là đường cao

Ta có $HD^2 = BD.DA$

Xét ΔAHC vuông tại H, đường cao HE có:

$HE^2 = AE.EC$

Vì $\widehat{DAE} = \widehat{AEH} = \widehat{EHD} = \widehat{HDA} = 90^o$ nên tứ giác $DAEH$ là hình chữ nhật.

$\Rightarrow HE = DA$

Xét ΔADH vuông tại D có:

$DA^2 + DH^2 = AH^2$

$\Rightarrow HE^2 + DH^2 = AH^2$ ($do\ HE = DA$)

$\Rightarrow BD.DA + CE.EA = AH^2$

c)Lấy điểm M nằm giữa E và C, kẻ AI vuông góc với MB tại I. Chứng minh

$\sin\widehat{AMB}.\sin\widehat{ACB} = \dfrac{HI}{CM}$

- Xét ΔABM vuông tại A có đường cao AI

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có : $BI.BM = AB^2$

Xét ΔABC vuông tại A có đường cao AH

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có : $BH.BC = AB^2$

$\Rightarrow BI.BM = BH.BC (= AB^2)$

$\Rightarrow \dfrac{BH}{BM} = \dfrac{BC}{BI}$

- Xét ΔAHI và ΔBMC có

$\dfrac{BH}{BM} = \dfrac{BC}{BI}$

$\widehat{IBC}$ chung

$\Rightarrow \Delta AHI \ \# \ \Delta BMC$ (c-g-c)

Suy ra: $\dfrac{HI}{MC} = \dfrac{BI}{BC}$.

Xét ΔABM vuông tại A ta có: $\sin\widehat{AMB} = \dfrac{AB}{BM}$

Xét ΔABC vuông tại A ta có: $\sin\widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BC}$

$\Rightarrow \sin\widehat{ABM}.\sin\widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BM}.\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AB^2}{BM.BC}$ mà $BI.BM = AB^2$

$\Rightarrow \sin\widehat{ABM}.\sin\widehat{ACB} = \dfrac{AB^2}{BM.BC} = \dfrac{BI.BM}{BM.BC} = \dfrac{BI}{BC}$ mà $\dfrac{HI}{MC} = \dfrac{BI}{BC}$

$\sin\widehat{ABM}.\sin\widehat{ACB} = \dfrac{HI}{MC}$ (đpcm)

Câu 5. Giải phương trình $2\left(x - \sqrt{2x^2 + 5x - 3}\right) = 1 + x\left(\sqrt{2x-1} - 2\sqrt{x+3}\right)$.

Lời giải

ĐKXĐ: $x \geq \dfrac{1}{2}$

Với $x \ge \frac{1}{2}$ ta có:

$2\left(x-\sqrt{2x^2+5x-3}\right)=1+x\left(\sqrt{2x-1}-2\sqrt{x+3}\right)$

$\Leftrightarrow 2x-1-2\sqrt{2x^2+5x-3}-x\left(\sqrt{2x-1}-2\sqrt{x+3}\right)=0\ (1)$

Đặt $\begin{cases}\sqrt{2x-1}=a\\ \sqrt{x+3}=b\end{cases}\ (a\ge 0, b>0)$

$\Rightarrow \begin{cases}2x-1=a^2\\ x=b^2-3\\ \sqrt{2x^2+5x-3}=ab\end{cases}$

Phương trình (1) trở thành:

$a^2-2ab-\left(b^2-3\right)(a-2b)=0$

$\Leftrightarrow a^2-2ab-ab^2+2b^3+3a-6b=0$

$\Leftrightarrow a(a-2b)-b^2(a-2b)+3(a-2b)=0$

$\Leftrightarrow (a-2b)\left(a-b^2+3\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=2b\\ b^2=a+3\end{array}\right.$

+) Nếu $a=2b$ ta có:

$\sqrt{2x-1}=2\sqrt{x+3}$

$\Leftrightarrow 2x-1=4x+12$

$\Leftrightarrow 2x=-13$

$\Leftrightarrow x=\frac{-13}{2}$ (không thỏa mãn điều kiện)

+) Nếu $b^2=a+3$ ta có:

$x+3=\sqrt{2x-1}+3$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x-1}=x$

$\Leftrightarrow 2x-1=x^2$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2=0$

$\Leftrightarrow x-1=0$

$\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{1\}$

PHÒNG GD VÀ ĐT HUYỆN ĐAN PHƯỢNG
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

Bài 1. (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}+2\sqrt{3}$;

b) $B=\sqrt{18}-2\sqrt{50}+3\sqrt{8}+\sqrt[3]{27}$;

c) $C=\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}+\sqrt{2}.\sqrt{\dfrac{5}{2}}$.

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\dfrac{x}{x-4}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}\right):\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0$, $x\neq 4$

a) Tính giá trị của A khi $x=25$.

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ có giá trị nguyên.

Bài 3. (2,0 điểm) Tìm x biết:

a) $\sqrt{4x+20}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9x+45}=12$

b) $\sqrt{x^2-10x+25}=6$

Bài 4. (4 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH $(H\in BC)$.

a) Biết $AB=12cm,\ BC=20cm$, Tính AC, AH và $\widehat{ABC}$ (làm tròn đến độ);

b) Kẻ HM vuông góc với AB tại M, HN vuông góc với AC tại N. Chứng minh: $AN.AC=AC^2-HC^2$;

c) Chứng minh: $AH=MN$ và $AM.MB+AN.NC=AH^2$;

d) Chứng minh: $\tan^3 C=\dfrac{BM}{CN}$.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\left(\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{b}+1\right)\geq 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{a^2}{b}+\dfrac{b^2}{a}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
PHÒNG GD&ĐT ĐAN PHƯỢNG
Năm học: 2020-2021

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}+2\sqrt{3}$;

b) $B=\sqrt{18}-2\sqrt{50}+3\sqrt{8}+\sqrt[3]{27}$;

c) $C=\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}+\sqrt{2}.\sqrt{\dfrac{5}{2}}$.

Lời giải

a) $A=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}+2\sqrt{3}$

$A=\left|2-\sqrt{3}\right|+2\sqrt{3}$

$A=2-\sqrt{3}+2\sqrt{3}$

$A=2+\sqrt{3}$

b) $B=\sqrt{18}-2\sqrt{50}+3\sqrt{8}+\sqrt[3]{27}$

$B=\sqrt{9.2}-2\sqrt{25.2}+3\sqrt{4.2}+\sqrt[3]{3.3.3}$

$B=3\sqrt{2}-2.5\sqrt{2}+3.2\sqrt{2}+3$

$B=3\sqrt{2}-10\sqrt{2}+6\sqrt{2}+3$

$B=3-\sqrt{2}$

c) $C=\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}+\sqrt{2}.\sqrt{\dfrac{5}{2}}$

$C=\dfrac{4.\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}-\dfrac{2.5}{\sqrt{5}}+\sqrt{\dfrac{125}{5}}+\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$C=\dfrac{4.\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-1^2}-2\sqrt{5}+\sqrt{25}+\sqrt{5}$

$$C=\frac{4.\left(\sqrt{5}+1\right)}{5-1}-2\sqrt{5}+5+\sqrt{5}$$

$$C=\frac{4.\left(\sqrt{5}+1\right)}{4}-\sqrt{5}+5$$

$$C=\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+5$$

$$C=6$$

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\frac{x}{x-4}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}\right):\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0$, $x\neq 4$

a) Tính giá trị của A khi $x=25$.

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ có giá trị nguyên.

Lời giải

a) Ta có $x=25$ (thỏa mãn điều kiện), thay vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{\sqrt{25}-3}{\sqrt{25}+1}=\frac{5-3}{5+1}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

Vậy khi $x=25$ thì $A=\frac{1}{3}$

b) Với $x>0$, $x\neq 4$, ta có:

$$B=\left(\frac{x}{x-4}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}\right):\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$$=\left[\frac{x}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}\right].\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$$

$$=\frac{x-\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$$

$$=\frac{x-2\sqrt{x}+\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $x>0$, $x\neq 4$,

c) với $x>0$, $x\neq 4$, ta có

$$P=A.B=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}=1-\frac{3}{\sqrt{x}}$$

Với $x\in\mathbb{Z}$, $x>0$, $x\neq 4$,

+) Nếu $\sqrt{x}$ là số vô tỉ thì $\dfrac{3}{\sqrt{x}}$ là số vô tỉ nên P không là số nguyên (loại).

+) Nếu $\sqrt{x}$ là số nguyên nên P là số nguyên

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}}$ là số nguyên

$\Leftrightarrow \sqrt{x}$ là ước dương của 3

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=1\\ \sqrt{x}=3\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1 \quad (\text{nhận})\\ x=9 \quad (\text{nhận})\end{array}\right.$$

Vậy $x\in\{1;9\}$ thì P có giá trị nguyên.

Bài 3. (2,0 điểm) Tìm x biết:

a) $\sqrt{4x+20}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9x+45}=12$

b) $\sqrt{x^2-10x+25}=6$

Lời giải

a) $\sqrt{4x+20}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9x+45}=12$

Điều kiện: $x\geq -5$

Ta có:

$\sqrt{4x+20}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9x+45}=12$

$\Leftrightarrow \sqrt{4(x+5)}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9(x+5)}=12$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+5}-2\sqrt{x+5}+3\sqrt{x+5}=12$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x+5}=12$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+5}=4$

$\Leftrightarrow x+5=16$

$\Leftrightarrow x=11$ (thỏa mãn)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{11\}$.

b) $\sqrt{x^2-10x+25}=6$

Ta có:

$\sqrt{x^2-10x+25}=6$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-5)^2}=6$

$\Leftrightarrow |x-5|=6$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-5=6 \\ x-5=-6 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=11 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{11;-1\}$.

Bài 4. (4 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH $(H \in BC)$.

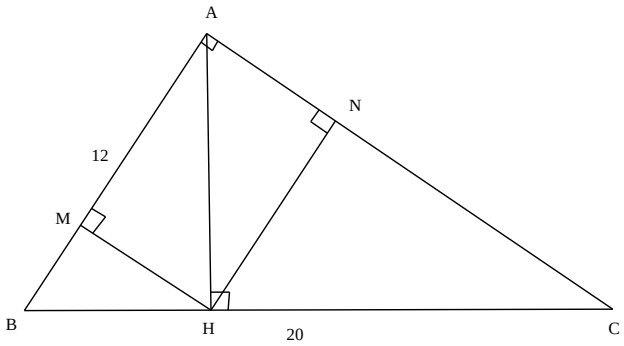
a) Biết $AB=12cm,\ BC=20cm$, Tính AC, AH và $\widehat{ABC}$ (làm tròn đến độ);

b) Kẻ HM vuông góc với AB tại M, HN vuông góc với AC tại N. Chứng minh: $AN.AC=AC^2-HC^2$;

c) Chứng minh: $AH=MN$ và $AM.MB+AN.NC=AH^2$;

d) Chứng minh: $\tan^3 C=\dfrac{BM}{CN}$.

Lời giải



a) Xét tam giác ABC vuông tại A, ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Định lý Pytago)

Hay $20^2 = 12^2 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = 20^2 - 12^2 = 16^2$ $\Rightarrow AC = 16$ cm

Xét tam giác ABC vuông tại A đường cao AH

Ta có: $AB.AC = AH.BC$ (Hệ thức giữa đường cao và các cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{12.16}{20} = 9,6$$

Ta có: $\sin ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 53°$

Vậy $AC = 16$ cm, $AH = 9,6$ chứng minnh, $\widehat{ABC} \approx 53°$.

b) Xét ΔAHC đường cao HN

Có: $AN.AC = AH^2$ (Hệ thức giữa đường cao và các cạnh góc vuông) (1)

$AC^2 = AH^2 + HC^2$ (Định lý Pytago)

$\Rightarrow AH^2 = AC^2 - HC^2$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow AN.AC = AC^2 - HC^2$

c) Ta có: $\widehat{MAN} = \widehat{ANH} = \widehat{AMH} = 90°$

$\Rightarrow ANHM$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AH = MN$

Xét ΔAHB, ΔAHC và ΔMHN có:

$$\begin{cases} AM.MB = MH^2 \\ AN.NC = HN^2 \\ MN^2 = HN^2 + HM^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow AM.MB + AN.NC = HN^2 + HM^2 = MN^2 = AH^2$

d) Xét tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, ta có:

$$\begin{cases} AC^2 = CH.BC \\ AB^2 = BH.BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH.BC}{CH.BC} = \frac{BH}{CH} \qquad (3)$$

Lại có: $HM \,//\, AC \Rightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{BH}{CH}$ (định lý talet) (4)

$$HN \,//\, AB \Rightarrow \frac{HN}{AB} = \frac{NC}{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{NH}{CN} \qquad (5)$$

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow \frac{AB^2.AB}{AC^2.AC} = \frac{BM}{AM}.\frac{NH}{CN}$ hay $\tan^3 C = \frac{AB^3}{AC^3} = \frac{BM}{CN}$

Bài 5. (0,5 điểm) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\left(\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{b}+1\right) \geq 4.$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}.$

Lời giải

Từ giả thiết $\left(\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{b}+1\right) \geq 4 \Leftrightarrow \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b} + 1 \geq 4 \Leftrightarrow \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq 3$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số thực dương a, b: $a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (1)

Ta có $\left(\sqrt{a}-1\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a - 2\sqrt{a} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{a+1}{2} \geq \sqrt{a}$

(2)

Và $\left(\sqrt{b}-1\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow b - 2\sqrt{b} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{b+1}{2} \geq \sqrt{b}$

(3)

Từ (1), (2), (3) ta suy ra $\frac{a+b}{2} + \frac{a+1}{2} + \frac{b+1}{2} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$\Leftrightarrow \frac{2a+2b+2}{2} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$\Leftrightarrow a + b + 1 \geq \sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Mà $\sqrt{ab} + \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq 3$ nên $a + b + 1 \geq 3 \Leftrightarrow a + b \geq 2.$

$$P = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} = \left(\frac{a^2}{b} + b\right) + \left(\frac{b^2}{a} + a\right) - (a+b)$$

Với a, b là các số thực dương ta áp dụng bất đẳng thức Cô-si:

$$\Leftrightarrow P \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{b}.b} + 2\sqrt{\frac{b^2}{a}.a} - (a+b)$$

$\Leftrightarrow P \geq 2a + 2b - (a + b)$

$\Leftrightarrow P \geq a + b$

$\Leftrightarrow P \geq 2$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = b = 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = 2$ khi $a = b = 1$.

TRƯỜNG THCS ĐỐNG ĐA

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ***(1 điểm)*** Chọn đáp án đúng trong mỗi câu sau

Câu 1. Căn bậc hai của 9 là

A. 3. **B.** ± 3. **C.** -3. **D.** ± 81.

Câu 2. $\sqrt{3-5x}$ xác định khi và chỉ khi

A. $x>\frac{3}{5}$. **B.** $x<\frac{3}{5}$. **C.** $x\le \frac{3}{5}$. **D.** $x\ge \frac{3}{5}$.

Câu 3. Một cái thang dài $3,5\,\text{m}$ đặt dựa vào tường, góc "an toàn" giữa thang và mặt đất để thang không đổ khi người trèo lên là $65°$. Khoảng cách "an toàn" từ chân tường đến chân thang (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là :

A. $1,4\,\text{m}$. **B.** $1,48\,\text{m}$. **C.** $1\,\text{m}$. **D.** $1,5\,\text{m}$.

Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài $3,6\,\text{cm}$ và $6,4\,\text{cm}$. Độ dài một trong các cạnh góc vuông là

A. $8\,\text{cm}$. **B.** $4,8\,\text{cm}$. **C.** $64\,\text{cm}$. **D.** $10\,\text{cm}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN ***(9 điểm)***

Câu 1. ***(1,5 điểm)*** Thực hiện phép tính.

a). $\sqrt{20}+2\sqrt{45}-15\sqrt{\frac{1}{5}}$. b). $\frac{\sqrt{35}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}-1}+\frac{12}{\sqrt{7}-1}$. c). $\sqrt{8+2\sqrt{7}}-\sqrt{28}$.

Câu 2. ***(2 điểm)*** Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{7x-3}=5$. b) $5\sqrt{4x-16}-\frac{7}{3}\sqrt{9x-36}=36-3\sqrt{x-4}$.

c) $\sqrt{x^2-36}-\sqrt{x-6}=0$. d) $x^2+2=\sqrt{3-4x+2x^2+4x^3}$.

Câu 3. ***(2 điểm)*** Cho biểu thức $M=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ và $P=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}+\frac{2+8\sqrt{x}}{x-1}-\frac{2}{1-\sqrt{x}}$ với $x>0;\ x\ne 1; x\ne 5$

a) Tính giá trị của M khi $x=9$.

b) Chứng minh $P=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$.

c) Đặt $Q = M.P + \dfrac{x-5}{\sqrt{x}}$. Hãy so sánh Q với 3.

Câu 4. ***(3,5 điểm)***

Cho tam giác ABC nhọn , đường cao AK .

a) Giải tam giác ACK biết $\widehat{C} = 30°, AK = 3\text{cm}$.

b) Chứng minh $AK = \dfrac{BC}{\cot B + \cot C}$.

c) Biết $BC = 5\text{cm}, \widehat{B} = 68°, \widehat{C} = 30°$. Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn chữ số thập phân thứ nhất).

d) Vẽ hình chữ nhật $CKAD$, DB cắt AK tại N . Chứng minh rằng $\dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{\cot^2 \widehat{ACB}}{DN^2} + \dfrac{1}{DB^2}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA HÌNH HỌC – CHƯƠNG III - TOÁN 8

TRƯỜNG THCS HÀ NỘI – AMSTERDAM

Năm học: 2019-2020

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

BẢNG TRẢ LỜI

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
B	C	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Căn bậc hai của 9 là

A. 3. **B.** ± 3. **C.** -3. **D.** ± 81.

Lời giải

Chọn B

Căn bậc hai của số 9 là ± 3.

Câu 2. $\sqrt{3-5x}$ xác định khi và chỉ khi

A. $x > \frac{3}{5}$. **B.** $x < \frac{3}{5}$. **C.** $x \le \frac{3}{5}$. **D.** $x \ge \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

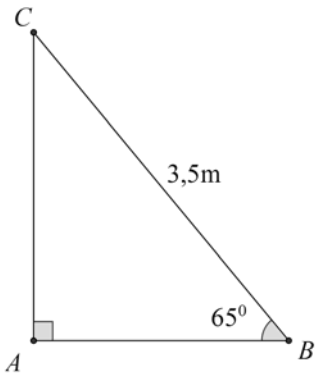
Biểu thức xác định khi $3-5x \ge 0 \Leftrightarrow x \le \frac{3}{5}$

Câu 3. Một cái thang dài $3,5\,\text{m}$ đặt dựa vào tường, góc "an toàn" giữa thang và mặt đất để thang không đổ khi người trèo lên là $65°$. Khoảng cách "an toàn" từ chân tường đến chân thang (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là :

A. $1,4\,\text{m}$. **B.** $1,48\,\text{m}$. **C.** $1\,\text{m}$. **D.** $1,5\,\text{m}$.

Lời giải

Chọn D



Chiều dài thang là $BC = 3,5\,\text{m}$.

Góc "an toàn" là $\widehat{ABC} = 56°$.

Khoảng cách an toàn là AB.

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn cho tam giác vuông ABC ta có:

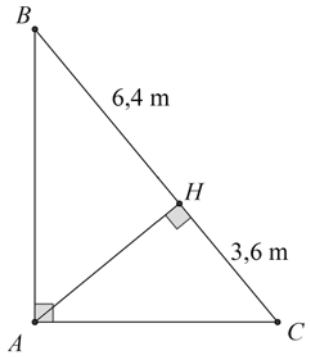
$$\cos B = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC.\cos B = 3,5.\cos 65° \approx 1,5\,\text{m}.$$

Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài $3,6\,\text{cm}$ và $6,4\,\text{cm}$. Độ dài một trong các cạnh góc vuông là

A. $8\,\text{cm}$. **B.** $4,8\,\text{cm}$. **C.** $64\,\text{cm}$. **D.** $10\,\text{cm}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử $HC = 3,6\,\text{cm}$ và $HB = 6,4\,\text{cm} \Rightarrow BC = HC + HB = 10\,\text{cm}$.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông ABC ta có:

$$AB^2 = BH.BC = 6,4.10 = 64 \Rightarrow AB = 8\,\text{cm}$$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. ***(1,5 điểm)*** Thực hiện phép tính.

a). $\sqrt{20}+2\sqrt{45}-15\sqrt{\frac{1}{5}}$ b). $\frac{\sqrt{35}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}-1}+\frac{12}{\sqrt{7}-1}$ c). $\sqrt{8+2\sqrt{7}}-\sqrt{28}$

Lời giải

a) $\sqrt{20}+2\sqrt{45}-15\sqrt{\frac{1}{5}}$

$=\sqrt{4.5}+2\sqrt{9.5}-15\frac{\sqrt{5}}{5}$

$=2.\sqrt{5}+2.3\sqrt{5}-3\sqrt{5}$

$=5\sqrt{5}$.

b). $\frac{\sqrt{35}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}-1}+\frac{12}{\sqrt{7}-1}$

$=\frac{\sqrt{7}.\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}-1}+\frac{12}{\sqrt{7}-1}$

$=\frac{\sqrt{7}.(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}-1}+\frac{12(\sqrt{7}+1)}{(\sqrt{7})^2-1}$

$=\sqrt{7}+\frac{12(\sqrt{7}+1)}{6}$

$=\sqrt{7}+2(\sqrt{7}+1)$

$=3\sqrt{7}+2$.

c). $\sqrt{8+2\sqrt{7}}-\sqrt{28}$

$=\sqrt{(1+\sqrt{7})^2}-\sqrt{4.7}$

$=\left|1+\sqrt{7}\right|-2\sqrt{7}$

$=1+\sqrt{7}-2\sqrt{7}$

$=1-\sqrt{7}$.

Câu 2. ***(2 điểm)*** Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{7x-3}=5$ b) $5\sqrt{4x-16}-\frac{7}{3}\sqrt{9x-36}=36-3\sqrt{x-4}$

c) $\sqrt{x^2-36}-\sqrt{x-6}=0$ d) $x^2+2=\sqrt{3-4x+2x^2+4x^3}$

Lời giải

a) Điều kiện: $x\ge\frac{3}{7}$.

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $7x-3=25\Leftrightarrow x=4$ (thỏa mãn điều kiện) .

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\{4\}$.

b) Điều kiện: $x\ge 4$.

$$5\sqrt{4x-16}-\frac{7}{3}\sqrt{9x-36}=36-3\sqrt{x-4}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{4(x-4)}-\frac{7}{3}\sqrt{9(x-4)}=36-3\sqrt{x-4}\Leftrightarrow 10\sqrt{x-4}-\frac{7}{3}.3\sqrt{x-4}=36-3\sqrt{x-4}$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{x-4}=36\Leftrightarrow \sqrt{x-4}=6\Leftrightarrow x-4=36\Leftrightarrow x=40$$ (thỏa mãn điều kiện) .

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\{40\}$.

c) Điều kiện: $x\ge 6$.

$$\sqrt{x^2-36}-\sqrt{x-6}=0\Leftrightarrow \sqrt{x-6}.\sqrt{x+6}-\sqrt{x-6}=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-6}\left(\sqrt{x+6}-1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-6}=0\\ \sqrt{x+6}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=6(tm)\\ x=-5(L)\end{array}\right.$$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\{6\}$.

d) Điều kiện: $3-4x+2x^2+4x^3\ge 0$.

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$x^4+4x^2+4=3-4x+2x^2+4x^3\Leftrightarrow x^4-4x^3+2x^2+4x+1=0\ (1)$$

Nhận xét: $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình (1), chia cả hai vế của phương trình (1) cho x^2 ta được:

$$x^2-4x+2+\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x^2}-4\left(x-\frac{1}{x}\right)+2=0\ (2).$$

Đặt $x-\frac{1}{x}=a\Rightarrow a^2=x^2+\frac{1}{x^2}-2\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=a^2+2$.

Phương trình (2) trở thành: $a^2+2-4a+2=0\Leftrightarrow (a-2)^2=0\Leftrightarrow a=2$.

Với $a=2\Rightarrow x-\frac{1}{x}=2\Leftrightarrow x^2-2x-1=0\Leftrightarrow (x-1)^2=\sqrt{2}\Leftrightarrow x=1\pm\sqrt{2}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right\}$.

Câu 3. ***(2 điểm)*** Cho biểu thức $M=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ và $P=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2+8\sqrt{x}}{x-1}-\dfrac{2}{1-\sqrt{x}}$ với $x>0;\ x\neq 1;x\neq 5$

a) Tính giá trị của M khi $x=9$.

b) Chứng minh $P=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$.

c) Đặt $Q=M.P+\dfrac{x-5}{\sqrt{x}}$. Hãy so sánh Q với 3.

Lời giải

a) Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào M ta được:

$M=\dfrac{\sqrt{9}-1}{\sqrt{9}}=\dfrac{3-1}{3}=\dfrac{2}{3}$. Vậy $x=9$ thì $M=\dfrac{2}{3}$.

b) Ta có:

$$P=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}+\frac{2+8\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\frac{2}{\sqrt{x}-1}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)+2+8\sqrt{x}+2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{x-3\sqrt{x}+2+2+8\sqrt{x}+2\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{x+7\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+6\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$$

(điều phải chứng minh) .

Vậy $P=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$.

c) Ta có:

$$Q=M.P+\frac{x-5}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}+\frac{x-5}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}}+\frac{x-5}{\sqrt{x}}=\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.$$

Xét $Q-3=\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}-3=\dfrac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}}>0$ với mọi $x>0;\ x\neq 1$.

Do đó $Q>3$.

Câu 4. ***(3,5 điểm)***

Cho tam giác ABC nhọn , đường cao AK.

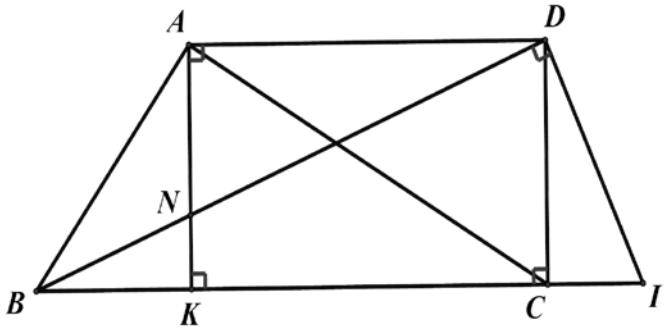
a) Giải tam giác ACK biết $\widehat{C}=30°, AK=3\text{cm}$.

b) Chứng minh $AK=\dfrac{BC}{\cot B+\cot C}$.

c) Biết $BC=5\text{cm}, \widehat{B}=68°, \widehat{C}=30°$. Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn chữ số thập phân thứ nhất).

d) Vẽ hình chữ nhật $CKAD$, DB cắt AK tại N. Chứng minh rằng $\dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{\cot^2 \widehat{ACB}}{DN^2}+\dfrac{1}{DB^2}$.

Lời giải



a) Xét tam giác ACK vuông tại K có $\widehat{C}=30°\Rightarrow \widehat{B}=60°$ (theo định lí tổng ba góc trong tam giác).

$$\text{Sin}\,\widehat{C}=\frac{AK}{AC}\Rightarrow \text{Sin}\,30°=\frac{3}{AC}\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{3}{AC}\Rightarrow AC=6\,(\text{cm})$$

Theo định lí Pitago trong tam giác vuông ACK ta có

$$KC=\sqrt{AC^2-AK^2}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\,(\text{cm}).$$

b) Xét tam giác vuông AKB ta có $\cot B=\dfrac{BK}{AK}$

Xét tam giác vuông AKC ta có $\cot C=\dfrac{KC}{AK}$

Nên $\cot B+\cot C=\dfrac{BK}{AK}+\dfrac{KC}{AK}=\dfrac{BK+KC}{AK}=\dfrac{BC}{AK}$

Vậy $AK=\dfrac{BC}{\cot B+\cot C}$(đpcm).

c) Xét tam giác vuông AKB ta có $\tan B=\dfrac{AK}{BK}\Rightarrow AK=\tan B.BK$

Xét tam giác vuông AKC ta có $\tan C=\dfrac{AK}{CK}\Rightarrow AK=\tan C.CK$

Từ đó ta có $\tan B.BK=\tan C.KC\Rightarrow \dfrac{\tan B}{\tan C}=\dfrac{KC}{BK}\Rightarrow \dfrac{\tan 68^\circ}{\tan 30^\circ}=\dfrac{KC}{BK}\Rightarrow \dfrac{KC}{BK}\approx 4,3=\dfrac{43}{10}$.

Mà $KC=BC-BK=5-BK\Rightarrow \dfrac{5-BK}{BK}=\dfrac{43}{10}\Rightarrow \dfrac{5}{BK}=\dfrac{53}{10}$.

Vậy $BK=0,9;KC=4,1$.

Xét tam giác vuông AKC có

$\tan C=\dfrac{AK}{CK}\Rightarrow \tan 30^\circ=\dfrac{AK}{CK}\Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{AK}{CK}\Rightarrow AK=\dfrac{\sqrt{3}}{3}.CK=2,4\,(\text{cm}).$

Vậy $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AK.BC=\dfrac{1}{2}.2,4.5=6\left(\text{cm}^2\right)$.

d) Kẻ $DI\perp BD$ tại D khi đó $\widehat{ADN}=\widehat{CDI}$ (cùng phụ với $\widehat{CDN}$),

Khi đó $\Delta ADN\backsim\Delta CDI\left(g-g\right)$

Suy ra $\dfrac{AD}{CD}=\dfrac{AN}{CI}=\dfrac{DN}{DI}\Rightarrow AD.DI=DN.DC\Rightarrow \dfrac{DN}{DI}=\dfrac{AD}{DC}\Rightarrow \dfrac{ND^2}{DI^2}=\dfrac{AD^2}{DC^2}$

Vì $AK=DC$ (tính chất hcn)

$\widehat{ACB}=\widehat{DAC}\Rightarrow \cot^2\widehat{ACB}=\cot^2\widehat{DAC}=\dfrac{AD^2}{DC^2}=\dfrac{ND^2}{DI^2}$

Điều cần chứng minh tương đương với

$\dfrac{1}{DC^2}=\dfrac{ND^2}{DI^2.DN^2}+\dfrac{1}{DB^2}\Leftrightarrow \dfrac{1}{DC^2}=\dfrac{1}{DI^2.}+\dfrac{1}{DB^2}$ (luôn đúng theo hệ thức lượng trong tam giác vuông BDI có đường cao DC). (Đpcm).

HẾT

TRƯỜNG THCS PHÚ DIỄN

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

Câu 1. Tính giá trị biểu thức .

1) $5\sqrt{20}-3\sqrt{12}+5\sqrt{\frac{1}{5}}-2\sqrt{27}$ 2) $\sqrt{125}+2+\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

3) $\frac{9}{\sqrt{10}-1}+\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

4) $\sin 32^\circ+3\cos^2 23^\circ-\cos 58^\circ+3\cos^2 67^\circ-\frac{\cot 16^\circ}{\tan 74^\circ}$

Câu 2. Giải các phương trình.

a) $\sqrt{4x+20}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9x+45}=6$.

b) $\sqrt{9x^2-6x+1}=9$.

c) $\sqrt{2x-1}-2\sqrt{x}+1=0$.

Câu 3. Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+3}{x-4}$ và $B=\frac{-4}{x-4}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ (với $x\ge 0$; $x\ne 4$).

a) Tính giá trị của A khi $x=9$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) So sánh $P=\frac{A}{B}$ với 1 khi $x>4$.

Câu 4.

1) Tính chiều cao cột cờ, biết bóng của cột cờ được chiếu bởi ánh sáng của Mặt Trời xuống đất dài $10,5m$ và góc tạo bởi tia sáng với mặt đất là $35°45'$

2) Cho tam giác ABC vuông tại A, AH là đường cao .

a) Biết $BH=3,6cm, CH=6,4cm$ Tính AH, AC, AB và $\widehat{HAC}$

b) Qua B kẻ tia $Bx//AC$, Tia Bx cắt AH tại K, Chứng minh: $AH.AK=BH.BC$

c) Kẻ $KE\perp AC$ tại E. Chứng minh: $HE=\frac{3}{5}KC$ với số đo đã cho ở câu a

d) Gọi I giao điểm câc đường phân giác các góc trong của tam giác ABC. Gọi r là khoảng cách từ I đến cạnh BC. Chứng minh: $\frac{r}{AH}\ge\frac{1}{3}$

Câu 5. Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $x+y\ge 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x^2 + y^2 + \frac{28}{x} + \frac{1}{y}$

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I - TOÁN 9

TRƯỜNG THCS PHÚ DIỄN

Năm học: 2020-2021

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tính giá trị biểu thức .

$1) 5\sqrt{20} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{\frac{1}{5}} - 2\sqrt{27}$ $\quad$ $2) \sqrt{125} + 2 + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$

$3) \frac{9}{\sqrt{10} - 1} + \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$4) \sin 32^0 + 3\cos^2 23^0 - \cos 58^0 + 3\cos^2 67^0 - \frac{\cot 16^0}{\tan 74^0}$

Lời giải

$1)\ 5\sqrt{20} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{\frac{1}{5}} - 2\sqrt{27}$

$= 10\sqrt{5} - 6\sqrt{3} + \sqrt{\frac{25}{5}} - 6\sqrt{3} = 10\sqrt{5} + \sqrt{5} - 12\sqrt{3} = 11\sqrt{5} - 12\sqrt{3}$

$2)\ \sqrt{125} + 2 + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$

$= 5\sqrt{5} + 2 + \sqrt{\left(\sqrt{5} - 1\right)^2} = 5\sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 1$

$= 6\sqrt{5} + 1$

$3)\ \frac{9}{\sqrt{10} - 1} + \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$= \frac{9\left(\sqrt{10} + 1\right)}{10 - 1} + \frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{10} - 1\right)}{\sqrt{5}}$

$= \sqrt{10} + 1 + \sqrt{10} - 1 = 2\sqrt{10}$

$4)\ \sin 32° + 3\cos^2 23° - \cos 58° + 3\cos^2 67° - \frac{\cot 16°}{\tan 74°}$

$= \cos 58° + 3\cos^2 23° - \cos 58° + 3\sin^2 23° - \frac{\tan 74°}{\tan 74°}$

$=3\left(\cos^2 23^\circ+\sin^2 23^\circ\right)-1=3-1=2$

Câu 2. Giải các phương trình.

a) $\sqrt{4x+20}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9x+45}=6$.

b) $\sqrt{9x^2-6x+1}=9$.

c) $\sqrt{2x-1}-2\sqrt{x}+1=0$.

Lời giải

a) $\sqrt{4x+20}-2\sqrt{x+5}+\sqrt{9x+45}=6$ ĐK: $x\ge -5$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+5}-2\sqrt{x+5}+3\sqrt{x+5}=6$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x+5}=6$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+5}=2$

$\Leftrightarrow x+5=4$

$\Leftrightarrow x=-1$ (Thỏa mãn)

Vậy $x=-1$.

b) $\sqrt{9x^2-6x+1}=9$

$\Leftrightarrow \sqrt{(3x-1)^2}=9$

$\Leftrightarrow |3x-1|=9$

TH1: $3x-1=9$
$\Leftrightarrow 3x=10$
$\Leftrightarrow x=\dfrac{10}{3}$ (Thỏa mãn)

TH2: $3x-1=-9$
$\Leftrightarrow 3x=-8$
$\Leftrightarrow 3x=-8$
$\Leftrightarrow x=\dfrac{-8}{3}$ (Thỏa mãn)

Vậy $x\in\left\{\dfrac{10}{3};-\dfrac{8}{3}\right\}$.

c) $\sqrt{2x-1}-2\sqrt{x}+1=0$ ĐK: $x\ge\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x-1}=2\sqrt{x}-1$

$\Leftrightarrow \begin{cases}2\sqrt{x}-1\ge 0\\ 2x-1=\left(2\sqrt{x}-1\right)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge\dfrac{1}{4}\\ 2x-1=4x-4\sqrt{x}+1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{4} \\ 2x - 4\sqrt{x} + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{4} \\ x - 2\sqrt{x} + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{4} \\ \left(\sqrt{x} - 1\right)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{4} \\ x = 1 (TM) \end{cases}$$

Vậy $x = 1$.

Câu 3. Cho hai biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+3}{x-4}$ và $B = \dfrac{-4}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$ (với $x \ge 0$; $x \ne 4$).

a) Tính giá trị của A khi $x = 9$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) So sánh $P = \dfrac{A}{B}$ với 1 khi $x > 4$.

Lời giải

a) Với $x = 9$ (thỏa mãn) $\Rightarrow \sqrt{x} = 3$.

Thay $x = 9$ và $\sqrt{x} = 3$ vào A ta được

$$A = \frac{\sqrt{x}+3}{x-4} = \frac{3+3}{9-4} = \frac{6}{5}$$

Vậy với $x = 9$ thì $A = \dfrac{6}{5}$.

b) $B = \dfrac{-4}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$

$$= \frac{-4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

$$= \frac{-4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} + \frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$=\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}.$

c) Ta có: $P=\dfrac{A}{B}=\dfrac{\sqrt{x}+3}{x-4}:\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\left(\sqrt{x}+2\right)=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}$

Xét hiệu $P-1=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-1=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{5}{\sqrt{x}-2}$

Ta có: $x>4\Leftrightarrow\sqrt{x}>2\Leftrightarrow\sqrt{x}-2>0$

$\Rightarrow\dfrac{5}{\sqrt{x}-2}>0$

$\Rightarrow P-1>0$

$\Rightarrow P>1$

Vậy $P>1$

Câu 4.

1) Tính chiều cao cột cờ, biết bóng của cột cờ được chiếu bởi ánh sáng của Mặt Trời xuống đất dài $10,5m$ và góc tạo bởi tia sáng với mặt đất là $35°45'$

2) Cho tam giác ABC vuông tại A, AH là đường cao .

a) Biết $BH=3,6cm, CH=6,4cm$. Tính AH, AC, AB và $\widehat{HAC}$.

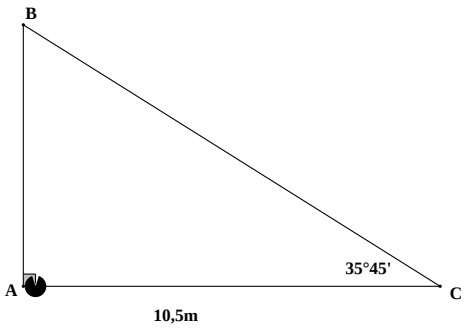
b) Qua B kẻ tia $Bx//AC$, tia Bx cắt AH tại K. Chứng minh: $AH.AK=BH.BC$.

c) Kẻ $KE\perp AC$ tại E. Chứng minh: $HE=\dfrac{3}{5}KC$ với số đo đã cho ở câu a.

d) Gọi I giao điểm các đường phân giác các góc trong của tam giác ABC. Gọi r là khoảng cách từ I đến cạnh BC. Chứng minh: $\dfrac{r}{AH}\ge\dfrac{1}{3}$

Lời giải

1)



Gọi AB là chiều cao cột cờ. AC là bóng của cột cờ trên mặt đất

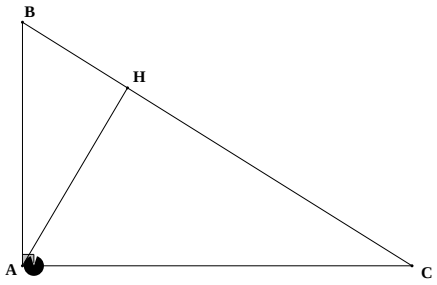
Xét tam giác ABC vuông tại A

$AB = AC.\tan C$

$\Rightarrow AB = 10,5.\tan 35°45' \approx 6,75(\text{m})$

Vậy cột cờ cao xấp xỉ $6,75(m)$

2)



Tam giác ABC vuông tại $A; AH \perp BC$

$BC = BH + HC = 3,6 + 6,4 = 10(cm)$

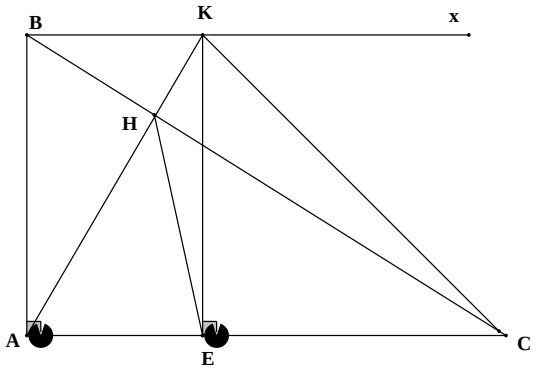
$AH^2 = BH.CH = 3,6.6,4 \Rightarrow AH = 4,8(cm)$

$AB^2 = BH.BC = 3,6.10 = 36 \Rightarrow AB = 6(cm)$

$AC^2 = CH.BC = 6,4.10 = 64 \Rightarrow AC = 8(cm)$

Tam giác AHC vuông tại H nên:

$\sin \widehat{HAC} = \dfrac{HC}{AC} = \dfrac{6,4}{8} \Rightarrow \widehat{HAC} \approx 53°8'$



b) Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} BK//AC \\ AB \perp AC \end{array}\right\} \Rightarrow AB \perp BK$$

+)Tam giác ABC vuông tại $A; AH \perp BC$

$\Rightarrow AB^2 = BH.\mathrm{B}C$

+)Tam giác ABK vuông tại $\mathrm{B}; \mathrm{B}H \perp AK$

$\Rightarrow AB^2 = AH.\mathrm{AK}$

Suy ra $AH.AK = BH.BC$

c) Xét tam giác AHC và tam giác AEK có

$\widehat{AHC} = \widehat{AEK} = 90^0$

$\widehat{CAK}$ chung

Vậy tam giác $\Delta AHC \sim \Delta AEK \ (g-g)$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AE} = \frac{AC}{AK} \Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AE}{AK}$$

Xét tam giác AHE và tam giác ACK có

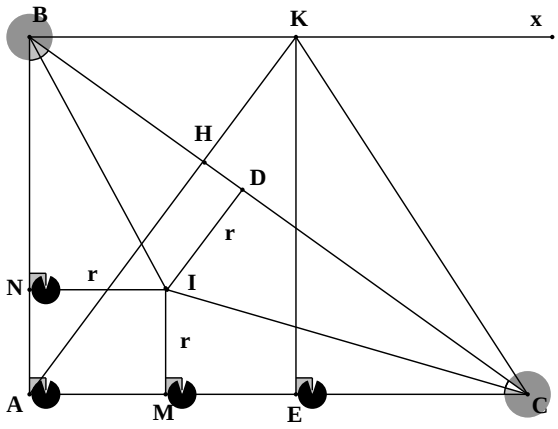
$\frac{AH}{AC} = \frac{AE}{AK}$ (cmt)

$\widehat{CAK}$ chung

Vậy tam giác $\Delta AHE \sim \Delta ACK \ (c-g-c)$

$$\Rightarrow \frac{HE}{CK} = \frac{AH}{AC} = \frac{4,8}{8} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow HE = \frac{3}{5}KC$$



d) Kẻ $ID \perp BC$ $IM \perp AC$, $IN \perp AB \Rightarrow IM = IN = ID = r$

$S_{ABC} = S_{IAB} + S_{IAC} + S_{IBC}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} AH.BC = \frac{1}{2} ID.BC + \frac{1}{2} IM.AC + \frac{1}{2} IN.AB$

$\Rightarrow \frac{1}{2} AH.BC = \frac{1}{2} ID.BC + \frac{1}{2} IM.AC + \frac{1}{2} IN.AB$

$\Rightarrow AH.BC = r.BC + r.\mathrm{A}C + r.\mathrm{A}B$

$\Rightarrow AH.BC = r(BC + AC + AB)$

Mà $AB < BC; AC < BC$ (Vì tam giác ABC vuông tại A)

$\Rightarrow AH.BC = r\left(BC + AC + AB\right) < r\left(BC + BC + BC\right) = 3r.BC$

$\Rightarrow AH < 3r$

$\Rightarrow \frac{r}{AH} > \frac{1}{3}$

Câu 5. Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $x + y \ge 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x^2 + y^2 + \frac{28}{x} + \frac{1}{y}$

Lời giải

Ta có: $P = \left(\frac{14}{x} + \frac{14}{x} + \frac{7}{4}x^2\right) + \left(\frac{1}{2y} + \frac{1}{2y} + \frac{y^2}{2}\right) + \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{y^2}{2}\right)$

$$P = \left(\frac{14}{x} + \frac{14}{x} + \frac{7}{4}x^2\right) + \left(\frac{1}{2y} + \frac{1}{2y} + \frac{y^2}{2}\right) + \frac{1}{4}\left(x^2 + 4\right) + \frac{1}{2}\left(y^2 + 1\right) - \frac{3}{2}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

+) $\frac{14}{x}+\frac{14}{x}+\frac{7}{4}x^2 \geq 3\sqrt[3]{49.7}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=2$

$\Rightarrow \frac{14}{x}+\frac{14}{x}+\frac{7}{4}x^2 \geq 21$

+) $\frac{1}{2y}+\frac{1}{2y}+\frac{y^2}{2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow y=1$

$\Rightarrow \frac{1}{2y}+\frac{1}{2y}+\frac{y^2}{2} \geq \frac{3}{2}$

+) $x^2+4 \geq 4x$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=2$

+) $y^2+1 \geq 2y$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow y=1$

$\Rightarrow P=\left(\frac{14}{x}+\frac{14}{x}+\frac{7}{4}x^2\right)+\left(\frac{1}{2y}+\frac{1}{2y}+\frac{y^2}{2}\right)+\frac{1}{4}\left(x^2+4\right)+\frac{1}{2}\left(y^2+1\right)-\frac{3}{2} \geq 21+\frac{3}{2}+x+y-\frac{3}{2}$

$\Rightarrow P \geq 21+\frac{3}{2}+3-\frac{3}{2}$

$\Rightarrow P \geq 24$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=2; y=1$

Vậy $P_{\min}=24 \Leftrightarrow x=2; y=1$

PHÒNG GD VÀ ĐT THỊ XÃ SƠN TÂY
TRƯỜNG THCS SƠN ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2019-2020.
MÔN: TOÁN 9

Bài 1. (2 điểm) Tính

a) $5\sqrt{12}+4\sqrt{27}-6\sqrt{48}$

b) $\left(\sqrt{300}-2\sqrt{675}+5\sqrt{75}\right):\sqrt{3}$

c) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

d) $\dfrac{2}{4-2\sqrt{3}}+\dfrac{2}{4+2\sqrt{3}}$

Bài 2. (**2,0 điểm**).Giải phương trình :

a) $\sqrt{2x+3}=5$;

b) $5\sqrt{9x+9}-2\sqrt{4x+4}+\sqrt{x+1}=36$.

Bài 3. (**2,0 điểm**).Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ và

$B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{x-6\sqrt{x}-22}{x+5\sqrt{x}+6}\left(x\ge 0,x\ne 1\right)$.

a) Tính giá trị của biểu thức A tại $x=25$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$.

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $P=A.B$ có giá trị nguyên.

Bài 4. **(3,5 điểm)**

1) Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài 6m. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 40^0. Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến mét).

2) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB=3cm, AC=4cm$.

a) Tính AH

b) Gọi D,E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Chứng minh tam giác AED và tam giác ABC đồng dạng.

c) Kẻ trung tuyến AM, gọi N là giao điểm của AM và DE. Tính tỉ số diện tích của tam giác AND và tam giác ABC

Bài 5. **(0,5 điểm).** Tìm các số x, y, z thỏa mãn đẳng thức:

$$x+y+z+8=2\sqrt{x-1}+4\sqrt{y-2}+6\sqrt{z-3}$$

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

PHÒNG GD VÀ ĐT

THỊ XÃ SƠN TÂY

TRƯỜNG THCS SƠN ĐÔNG

Năm học: 2020-2021

ĐỀ 1

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. (2 điểm) Tính

a) $5\sqrt{12}+4\sqrt{27}-6\sqrt{48}$

b) $\left(\sqrt{300}-2\sqrt{675}+5\sqrt{75}\right):\sqrt{3}$

c) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

d) $\dfrac{2}{4-2\sqrt{3}}+\dfrac{2}{4+2\sqrt{3}}$

Lời giải

a) $5\sqrt{12}+4\sqrt{27}-6\sqrt{48}$

$=5\sqrt{2^2.3}+4\sqrt{3^2.3}-6\sqrt{4^2.3}$

$=5.2\sqrt{3}+4.3\sqrt{3}-6.4\sqrt{3}$

$=10\sqrt{3}+12\sqrt{3}-24\sqrt{3}$

$=-2\sqrt{3}$

b) $\left(\sqrt{300}-2\sqrt{675}+5\sqrt{75}\right):\sqrt{3}$

$=\left(\sqrt{10^2.3}-2\sqrt{15^2.3}+5\sqrt{5^2.3}\right):\sqrt{3}$

$=\left(10\sqrt{3}-2.15\sqrt{3}+5.5\sqrt{3}\right):\sqrt{3}$

$=\left(10-30+25\right)\sqrt{3}:\sqrt{3}$

$=5\sqrt{3}:\sqrt{3}=5$

c) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)-\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}$

$=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{3}}{5-3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

d) $\dfrac{2}{4-2\sqrt{3}}+\dfrac{2}{4+2\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2\left(4+2\sqrt{3}\right)+2\left(4-2\sqrt{3}\right)}{\left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right)}$

$=\dfrac{8+4\sqrt{3}+8-4\sqrt{3}}{4^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}$

$=\dfrac{16}{16-12}=\dfrac{16}{4}=4$

Bài 2. (**2,0 điểm**).Giải phương trình :

a) $\sqrt{2x+3}=5$;

b) $5\sqrt{9x+9}-2\sqrt{4x+4}+\sqrt{x+1}=36$.

Lời giải

a) Điều kiện: $x\ge\dfrac{-3}{2}$

$\sqrt{2x+3}=5\Leftrightarrow 2x+3=25\Leftrightarrow x=11$ (nhận)

Vậy nghiệm của phương trình là: $x=11$

b) Điều kiện: $x\ge -1$

$5\sqrt{9x+9}-2\sqrt{4x+4}+\sqrt{x+1}=36\Leftrightarrow 15\sqrt{x+1}-4\sqrt{x+1}+\sqrt{x+1}=36$

$\Leftrightarrow 12\sqrt{x+1}=36\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=3\Leftrightarrow x+1=9\Leftrightarrow x=8$ (nhận)

Vậy nghiệm của phương trình $x=8$

Bài 3. (**2,0 điểm**).Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ và

$B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{x-6\sqrt{x}-22}{x+5\sqrt{x}+6}\left(x\ge 0,x\ne 1\right)$.

a) Tính giá trị của biểu thức A tại $x=25$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$.

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $P=A.B$ có giá trị nguyên.

Lời giải

a) Tại $x=25$, ta được: $A=\dfrac{\sqrt{25}+2}{\sqrt{25}-1}=\dfrac{7}{4}$.

$$B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}-\frac{x-6\sqrt{x}-22}{x+5\sqrt{x}+6}\ \ (x\ge 0, x\ne 1)$$

$$=\frac{x-4+x-9-x+6\sqrt{x}+22}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{x+6\sqrt{x}+9}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)^2}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}.$$

b) $P=A.B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}.\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}=1+\frac{4}{\sqrt{x}-1}$

Để $P=A.B$ có giá trị nguyên thì $\frac{4}{\sqrt{x}-1}$ nguyên

$\Rightarrow 4\vdots\left(\sqrt{x}-1\right)\Rightarrow\left(\sqrt{x}-1\right)\in U\left(4\right)=\left\{-4,-2,-1,1,2,4\right\}$

Khi đó:

$\sqrt{x}-1=-4\Rightarrow\sqrt{x}=-3$ (loại)

$\sqrt{x}-1=-2\Rightarrow\sqrt{x}=-1$ (loại)

$\sqrt{x}-1=-1\Rightarrow x=0$ (thỏa mãn)

$\sqrt{x}-1=1\Rightarrow\sqrt{x}=2\Rightarrow x=4$ (thỏa mãn)

$\sqrt{x}-1=2\Rightarrow\sqrt{x}=3\Rightarrow x=9$ (thỏa mãn)

$\sqrt{x}-1=4\Rightarrow\sqrt{x}=5\Rightarrow x=25$ (thỏa mãn)

Vậy $x\in\left\{0,4,9,25\right\}$.

Bài 4. **(3,5 điểm)**

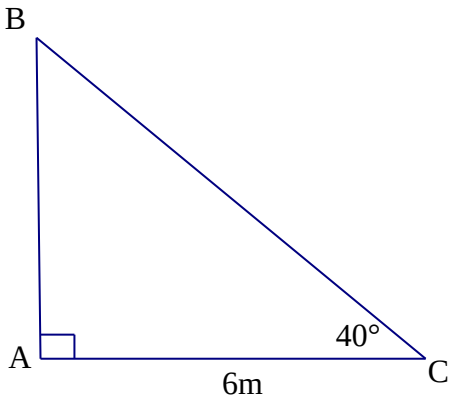
1) Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài 6m. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 40^0. Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến mét).

2) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB=3cm, AC=4cm$.

a) Tính AH

b) Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Chứng minh tam giác AED và tam giác ABC đồng dạng.

c) Kẻ trung tuyến AM, gọi N là giao điểm của AM và DE. Tính tỉ số diện tích của tam giác AND và tam giác ABC



Lời giải

1) Gọi

AB là chiều cao cột đèn.

AC là độ dài bóng của cột đèn

Góc C là góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất.

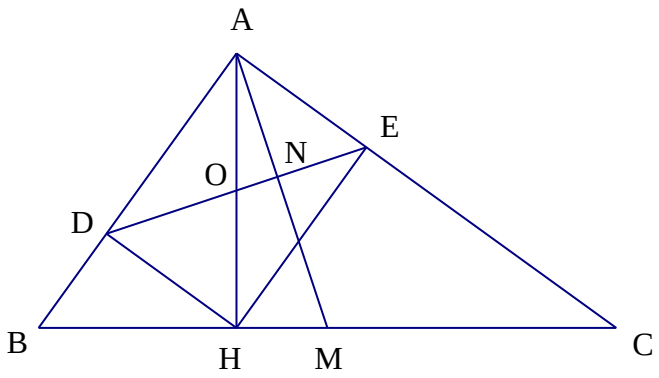
Xét ΔABC vuông tại A:

$AB = AC.\tan C$ (hệ thức cạnh và góc trong tam giác vuông)

$AB = 6.\tan 40^0 \approx 5$ m

Vậy, chiều cao cột đèn xấp xỉ 5 m.

2)



a) Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AH:

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{25}{144}$

$AH^2 = \frac{144}{25}$

$AH = \frac{12}{5}$ (cm)

b) Xét ΔABH vuông tại H, đường cao HE:

$AH^2 = AD.AB$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Xét ΔAHC vuông tại H, đường cao HD

$AH^2 = AE.AC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow AD.AB = AE.AC$

$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

Xét ΔADE và ΔACB:

$\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$ (chứng minh trên)

$\widehat{BAC}$ chung

$\Rightarrow \Delta ADE \text{”} \Delta ACB$ (c-g-c)

c) Xét ΔABC vuông tại A, đường trung tuyến AM

$\Rightarrow AM = MB = MC$

$MA = MC \Rightarrow \Delta AMC$ cân tại M

$\Rightarrow \widehat{MAE} = \widehat{MCA}$

$MA = MB$

$\Rightarrow \Delta AMB$ cân tại M

$\Rightarrow \widehat{NAD} = \widehat{ABC}$

Có : $\widehat{OAE} = \widehat{OEA}$

Mà $\widehat{OAE} = \widehat{ABH}$ (cùng phụ $\widehat{OAD}$)

$\Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{OEA}$

Có : $\widehat{ABH} + \widehat{ACB} = 90°$

$\Rightarrow \widehat{NAE} + \widehat{NEA} = 90°$

$\Rightarrow \widehat{ANE} = 90°$

Xét ΔAND và ΔBAC:

$\widehat{AND} = \widehat{BAC} = 90°$

$\widehat{NAD} = \widehat{ABC}$

$\Rightarrow \Delta AND \text{”} \Delta BAC$ (g-g)

$\Rightarrow \frac{S_{AND}}{S_{BAC}} = \left(\frac{AD}{BC}\right)^2$

Có ΔAHB vuông tại H, đường cao HD:

$AH^2 = AD.AB$

$\Rightarrow AD = \frac{AH^2}{AB} = \frac{2,4^2}{3} = 1,92$ (cm)

$\Rightarrow \frac{S_{AND}}{S_{BAC}} = \left(\frac{AD}{BC}\right)^2 = \left(\frac{1,92}{3}\right)^2 = 0,4096$

Bài 5. **(0,5 điểm).** Tìm các số x, y, z thỏa mãn đẳng thức:

$$x+y+z+8=2\sqrt{x-1}+4\sqrt{y-2}+6\sqrt{z-3}$$

Lời giải

Điều kiện : $x\ge 1$; $y\ge 2$; $z\ge 3$

$x+y+z+8=2\sqrt{x-1}+4\sqrt{y-2}+6\sqrt{z-3}$

$\Leftrightarrow x-1-2\sqrt{x-1}+1+y-2-4\sqrt{y-2}+4+z-3-6\sqrt{z-3}+9=0$.

Vì $x\ge 1;\ y\ge 2;\ z\ge 3$ nên ta có

$\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2+\left(\sqrt{y-2}-2\right)^2+\left(\sqrt{z-3}-3\right)^2=0$

Suy ra $\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2=0$ và $\left(\sqrt{y-2}-2\right)^2=0$ và $\left(\sqrt{z-3}-3\right)^2=0$

Suy ra $\sqrt{x-1}=1$ và $\sqrt{y-2}=2$ và $\sqrt{z-3}=3$

Suy ra $x-1=1$ và $y-2=4$ và $z-3=9$

Suy ra $x=2$ và $y=6$ và $z=12$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $x=2$ và $y=6$ và $z=12$.

TRƯỜNG THCS TÂY SƠN
ĐỀ KIỂM TRA GK1
NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

Bài 1: **(2,5 điểm)**

a) Tính giá trị của biểu thức $M=\sqrt{12}-2\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)-\dfrac{4}{\sqrt{2}}$.

b) Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2+5}=x+1$

c) Từ một đỉnh tòa nhà cao $60\,\text{m}$, người ta nhìn thấy một chiếc ô tô đang đỗ dưới một góc $30°$ so với đường nằm ngang. Hỏi chiếc ô tô đang đỗ cách tòa nhà bao nhiêu mét?

Bài 2: **(2 điểm)** Cho $A=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}+3}$ và $B=\left(\dfrac{x+3\sqrt{x}-2}{x-9}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}\right).\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0$, $x\ne 9$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho $P=\dfrac{A}{B}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 3: **(2 điểm)** Cho đường thẳng $(d): y=(m+2)x-m$ với m là một tham số.

a) Với $m=2$ vẽ đường thẳng (d) trên hệ trục tọa độ Oxy.

b) Viết phương trình đường thẳng (d) khi đi qua điểm $M(3;5)$.

c) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt các trục tọa độ Ox; Oy tại hai điểm A; B sao cho $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}$.

Bài 4: **(3 điểm)** Cho đường tròn $(O;R)$ có đường kính AB và điểm C bất kỳ thuộc đường tròn sao cho C khác A và B. Tiếp tuyến tại A của đường tròn cắt tia BC tại D. Tiếp tuyến tại C của đường tròn cắt AD tại E.

a) Chứng minh bốn điểm A, E, C, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $BC.BD=4R^2$ và $OE // BD$.

c) Qua O kẻ đường thẳng song song với AC và cắt tia BC tại M và cắt tia EC tại N. Chứng minh BN là tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$

d) OE cắt AC tại P, kẻ CH vuông góc với AB tại H. Chứng minh rằng khi C di chuyển trên đường tròn $(O;R)$ thì đường tròn ngoại tiếp tam giác PHM luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5: **(0,5 điểm)** Giải phương trình sau $4x^2-5x-4\sqrt{x-1}-2=0$

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1: **(2,5 điểm)**

a) Tính giá trị của biểu thức $M=\sqrt{12}-2\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)-\dfrac{4}{\sqrt{2}}$.

b) Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2+5}=x+1$

c) Từ một đỉnh tòa nhà cao $60\,\text{m}$, người ta nhìn thấy một chiếc ô tô đang đỗ dưới một góc $30°$, so với đường nằm ngang. Hỏi chiếc ô tô đang đỗ cách tòa nhà bao nhiêu mét?

Lời giải

a) $M=\sqrt{12}-2\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)-\dfrac{4}{\sqrt{2}}$

$=\sqrt{4.3}-2\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)-\dfrac{2\left(\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

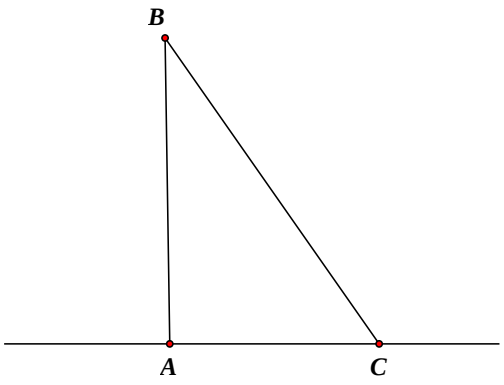
$=0$

b) $\sqrt{x^2+5}=x+1\Leftrightarrow\begin{cases}x+1\ge 0\\x^2+5=(x+1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\x^2+5=x^2+2x+1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\2x+1=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\x=2\end{cases}\Leftrightarrow x=2$

Vậy phương trình có nghiệm $x=2$

c) Gọi B là đỉnh tòa nhà, C là vị trí đỗ của ô tô, A là vị trí chân tòa nhà.



Theo đề bài ta có: ΔABC vuông tại A và $AB=60m$; $\widehat{C}=30°$

Vì $\tan C=\dfrac{AB}{AC}$ nên $AC=\dfrac{AB}{\tan C}=\dfrac{60}{\tan 30°}=20\sqrt{3}\approx 34\,(m)$

Vậy ô tô đứng đỗ cách tòa nhà là: 34 m

Bài 2: **(2 điểm)** Cho $A=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}+3}$ và $B=\left(\dfrac{x+3\sqrt{x}-2}{x-9}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}\right).\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0$, $x\ne 9$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho $P=\dfrac{A}{B}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Lời giải

a) Khi $x=16$ (thoả mãn điều kiện), ta có $A=\dfrac{16+3}{\sqrt{16}+3}=\dfrac{19}{4+3}=\dfrac{19}{7}$

Vậy khi $x=16$ thì $A=\dfrac{19}{7}$

b) Với $x\ge 0$, $x\ne 9$, ta có:

$$B=\left(\frac{x+3\sqrt{x}-2}{x-9}-\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right).\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}=\left(\frac{x+3\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right).\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$$

$$B=\left(\frac{x+3\sqrt{x}-2-\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}\right).\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}=\left(\frac{x+3\sqrt{x}-2-\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}\right).\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$$

$$B=\left(\frac{x+2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}\right).\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}.\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0$, $x\ne 9$.

c) $P=\dfrac{A}{B}=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}+3}:\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}+3}.\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}+1}$ điều kiện $x\ge 0$, $x\ne 9$

Khi đó ta có:

$$P=\frac{x+3}{\sqrt{x}+1}=\frac{x-1+4}{\sqrt{x}+1}=\sqrt{x}-1+\frac{4}{\sqrt{x}+1}=\sqrt{x}+1+\frac{4}{\sqrt{x}+1}-2\ge 2\sqrt{\left(\sqrt{x}+1\right).\frac{4}{\sqrt{x}+1}}-2=2$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}+1=\dfrac{4}{\sqrt{x}+1}\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}+1\right)^2=4\Leftrightarrow\sqrt{x}+1=2$ (do $\sqrt{x}+1\ge 1$)

$\Leftrightarrow\sqrt{x}=2-1\Leftrightarrow\sqrt{x}=1\Leftrightarrow x=1$ (thoả mãn điều kiện)

Vậy min $P=2$ tại $x=1$

Bài 3: **(2 điểm)** Cho đường thẳng $(d): y=(m+2)x-m$ với m là một tham số.

a) Với $m=2$ vẽ đường thẳng (d) trên hệ trục tọa độ Oxy.

b) Viết phương trình đường thẳng (d) khi đi qua điểm $M(3;5)$.

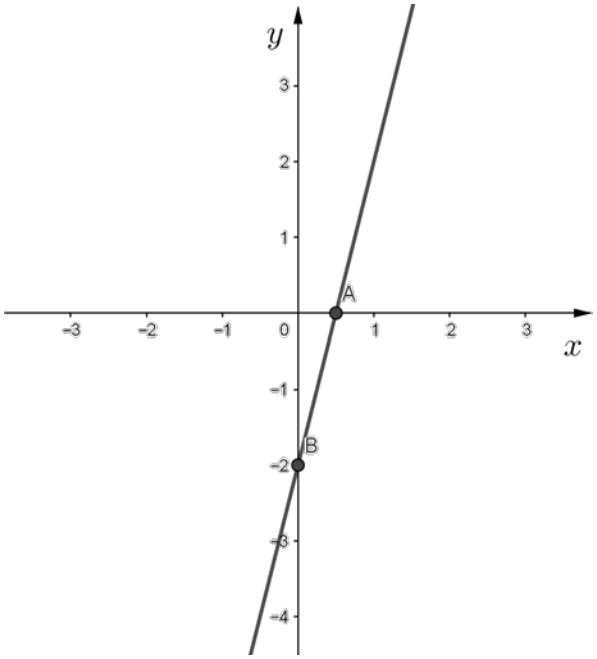
c) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt các trục tọa độ Ox; Oy tại hai điểm A ; B sao cho $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

a) Với $m=2$ đường thẳng (d) có dạng: $y=4x-2$

Bảng giá trị tương ứng:

x	0	$\frac{1}{2}$
y	–2	0



b) Đường thẳng (d) khi đi qua điểm $M(3;5)$

$\Leftrightarrow 5=(m+2).3-m \Leftrightarrow 3m+6-m=5 \Leftrightarrow 2m=-1 \Leftrightarrow m=\frac{-1}{2}$

Vậy với $m=\frac{-1}{2}$ thì đường thẳng (d) đi qua điểm $M(3;5)$.

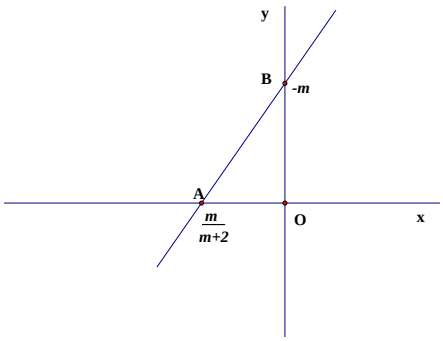
c) Ta có: $(d): y=(m+2)x-m$

+ Nếu $m=-2$ thì đường thẳng $(d): y=2$ suy ra (d) // Ox nên không có ΔOAB.

+ Nếu $m\neq -2$ thì ta có:

Cho $x=0 \Rightarrow y=-m \Rightarrow B(0;-m)$

Cho $y=0 \Rightarrow x=\frac{m}{m+2} \Rightarrow A\left(\frac{m}{m+2};0\right)$



Ta có: $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.\left|\frac{m}{m+2}\right|.|-m|=\frac{1}{2}.\frac{m^2}{|m+2|}$

mà $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}$ nên ta có: $\frac{1}{2}.\frac{m^2}{|m+2|}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{m^2}{|m+2|}=1\Leftrightarrow m^2=|m+2|$ (do $m\neq -2$)

Trường hợp 1: $m^2=m+2\Leftrightarrow m^2-m-2=0\Leftrightarrow (m+1)(m-2)=0\Leftrightarrow m\in\{-1;2\}$ (thoả mãn)

Trường hợp 2: $m^2=-m-2\Leftrightarrow m^2+m+2=0\Leftrightarrow\left(m+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}=0$ (vô nghiệm).

Vậy $m\in\{-1;2\}$ là các giá trị cần tìm.

Bài 4: **(3 điểm)** Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB và điểm C bất kỳ thuộc đường tròn (C khác A và B). Tiếp tuyến tại A của đường tròn cắt tia BC tại D. Tiếp tuyến tại C của đường tròn cắt AD tại E.

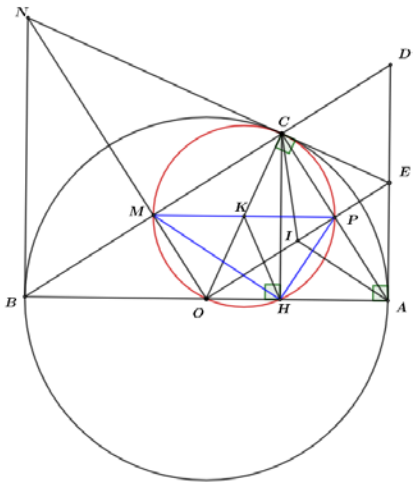
a) Chứng minh bốn điểm A, E, C, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $BC.BD=4R^2$ và $OE // BD$.

c) Qua O kẻ đường thẳng song song với AC và cắt tia BC tại M và cắt tia EC tại N. Chứng minh BN là tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$

d) OE cắt AC tại P, kẻ CH vuông góc với AB tại H. Chứng minh rằng khi C di chuyển trên đường tròn $(O;R)$ thì đường tròn ngoại tiếp tam giác PHM luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải



a) Chứng minh bốn điểm A, E, C, O cùng thuộc một đường tròn.

Gọi I là trung điểm OE. Theo giả thiết EC, EA là tiếp tuyến của đường tròn (O)

nên $\begin{cases}EC\perp OC\\EA\perp OA\end{cases}$ (tính chất tiếp tuyến) và $\begin{cases}EC=EA\\\widehat{CEO}=\widehat{AEO}\\\widehat{COE}=\widehat{AOE}\end{cases}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Xét hai tam giác vuông ΔOCE; ΔOAE có I là trung điểm của cạnh huyền OE.

$\Rightarrow IO = IC = IA = IE = \dfrac{OE}{2}$ (tính chất trung tuyến ứng với cạnh huyền)

$\Rightarrow$ 4 điểm A, E, C, O cùng thuộc đường tròn tâm I, bán kính $\dfrac{OE}{2}$.

b) Chứng minh $BC.BD = 4R^2$ và $OE // BD$.

Xét ΔABC có trung tuyến $CO = OB = OA = R = \dfrac{1}{2}AB$ $\Rightarrow \Delta ABC$ vuông ở $C \Rightarrow AC \perp DB$.

Vì ΔABD vuông ở A và có đường cao AC

nên $BC.BD = AB^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) $\Rightarrow BC.BD = (2R)^2 = 4R^2$.

Vì $EC = EA$, $OC = OA$ (chứng minh trên) nên OE là đường trung trực của AC $\Rightarrow OE \perp AC$.

Ta có: $\left.\begin{matrix} AC \perp OE \\ AC \perp BD \end{matrix}\right\} \Rightarrow BD // OE$.

c) Chứng minh BN là tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$

Vì $\begin{cases} AC \perp CB \\ AC // OM \end{cases}$ nên $OM \perp CB$ (quan hệ từ vuông góc tới song song)

$\Rightarrow \Delta OBC$ cân tại O (do $OB = OC = R$) có OM là đường cao

nên OM đồng thời là phân giác của $\widehat{BOC} \Rightarrow \widehat{NOB} = \widehat{NOC}$

Xét ΔOBN và ΔOCN có:

ON là cạnh chung

$OB = OC = R$

$\widehat{NOB} = \widehat{NOC}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \Delta OCN = \Delta OBN$ (c – g – c)

$\Rightarrow \widehat{NBO} = \widehat{NCO} = 90° \Rightarrow BN \perp OB$

Do đó BN là tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$.

d) Chứng minh rằng khi C di chuyển trên đường tròn $(O;R)$ thì đường tròn ngoại tiếp tam giác PHM luôn đi qua một điểm cố định.

Gọi $K = OC \cap MP$. Tứ giác $MCPO$ có $\widehat{OMC} = \widehat{MCP} = \widehat{CPO} = 90°$ nên là hình chữ nhật.

Mà K là giao điểm 2 đường chéo $\Rightarrow KM = KP = KC = KO$. (1)

Xét ΔCHO vuông ở H có HK là trung tuyến ứng với cạnh huyền CO

$\Rightarrow KH = \dfrac{1}{2}OC = KO = KC$. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow KH = KM = KP = KO = \dfrac{R}{2} \Rightarrow$ Các điểm P, M, H, O $\in \left(K; \dfrac{R}{2}\right)$.

$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp ΔPHM luôn đi qua điểm O cố định khi C di chuyển trên đường tròn $(O;R)$.

Bài 5: **(0,5 điểm)** Giải phương trình sau $4x^2-5x-4\sqrt{x-1}-2=0$

Lời giải

Ta có $4x^2-4x+1-x+1-4\sqrt{x-1}-4=0$ (điều kiện: $x\ge 1$)

$\Leftrightarrow (2x-1)^2-\left(x-1+4\sqrt{x-1}+4\right)=0 \Leftrightarrow (2x-1)^2-\left(\sqrt{x-1}+2\right)^2=0$

$\Leftrightarrow 2x-1=\sqrt{x-1}+2$ (vì $x\ge 1$)

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1}=2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3\ge 0 \\ x-1=(2x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{3}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\dfrac{5}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=2 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=2$

HẾT

TRƯỜNG THCS THANH XUÂN
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ 1- NĂM HỌC 2020-2021
MÔN TOÁN 9

ĐỀ BÀI

Câu 1: (2 điểm) Cho biểu thức $A=\dfrac{6}{a+2\sqrt{a}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{a}}{a-4}+\dfrac{2}{2-\sqrt{a}}+\dfrac{1}{\sqrt{a}+2}$ với $a>0$, $a\neq 4$.

a) Tính giá trị của A khi $a=\dfrac{1}{9}$.

b) Rút gọn B.

c) Tìm giá trị nguyên của a để B nhận giá trị nguyên.

Câu 2: Tính giá trị biểu thức:

a) $A=\left(\sqrt{0,25}-\sqrt{(-15)^2}+\sqrt{2,25}\right):\sqrt{169}$

b) $B=\sqrt{17+12\sqrt{2}}+\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

c) $C=\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}+...+\dfrac{1}{\sqrt{34}+\sqrt{35}}+\dfrac{1}{\sqrt{35}+\sqrt{36}}$

Câu 3: Giải phương trình

a) $\left(3\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+2\right)=\sqrt{a}\left(2+3\sqrt{a}\right)$ b) $\sqrt{9a^2-6a+1}-a=1$

c) $\sqrt{a^3+a^2+4}+\sqrt{a^3+a^2-3}=7$

Câu 4: Cho hình bình hành $A'B'C'D'$ có $\widehat{A'}=\alpha<90^o$. Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của B', D' trên đường chéo $A'C'$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của C' trên các đường thẳng $A'B'$.

a) Chứng minh rằng: Tam giác $B'C'M$ đồng dạng với tam giác $D'C'N$

b) Chứng minh rằng: Tam giác $C'MN$ đồng dạng với tam giác $B'C'A'$

Từ đó suy ra $MN=A'C'.\sin\alpha$

c) Tính diện tích tứ giác $A'NC'M$ biết $B'C'=6$ cm, $A'B'=4$ cm và $\alpha=60°$

d) Chứng minh: $A'C'^2=A'D'.A'N+A'B'.A'M$.

Câu 5: (0,5 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\dfrac{\sqrt{a}}{a\sqrt{a}-3a+3\sqrt{a}+1}$

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: (2 điểm) Cho biểu thức $A=\dfrac{6}{a+2\sqrt{a}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{a}}{a-4}+\dfrac{2}{2-\sqrt{a}}+\dfrac{1}{\sqrt{a}+2}$ với $a>0$, $a\neq 4$.

a) Tính giá trị của A khi $a=\dfrac{1}{9}$.

b) Rút gọn B.

c) Tìm giá trị nguyên của a để B nhận giá trị nguyên.

Lời giải

a) Tính giá trị của A khi $a=\dfrac{1}{9}$.

Thay $a=\dfrac{1}{9}$ (thỏa mãn điều kiện đề bài) vào A ta được.

$$A=\frac{6}{\frac{1}{9}-2\sqrt{\frac{1}{9}}}=\frac{6}{\frac{7}{9}}=\frac{54}{7}$$

Vậy $A=\dfrac{54}{7}$ khi $a=\dfrac{1}{9}$.

b) Rút gọn B.

$$B=\frac{\sqrt{a}}{a-4}+\frac{2}{2-\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{a}+2}=\frac{\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}-2\right)}-\frac{2}{\sqrt{a}-2}+\frac{1}{\sqrt{a}+2}$$

$$B=\frac{\sqrt{a}-2\left(\sqrt{a}+2\right)+\left(\sqrt{a}-2\right)}{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}-2\right)}=\frac{\sqrt{a}-2\sqrt{a}-4+\sqrt{a}-2}{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}-2\right)}=\frac{-6}{a-4}=\frac{6}{4-a}$$

c) Tìm giá trị nguyên của a để B nhận giá trị nguyên.

Ta có

$$B\in Z\Leftrightarrow\frac{6}{4-a}\in Z\Leftrightarrow 6\vdots(4-a)$$

$$\Leftrightarrow(4-a)\in\{\pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ \pm6\}\Leftrightarrow a\in\{5;\ 3;\ 6;\ 2;\ 7;\ 1;\ -2;\ 10\}$$

Đối chiếu điều kiện ta có $a\in\{5;3;6;2;7;1;10\}$

Vậy $a\in\{5;3;6;2;7;1;10\}$ thì B nhận giá trị nguyên.

Câu 2: Tính giá trị biểu thức:

a) $A=\left(\sqrt{0,25}-\sqrt{(-15)^2}+\sqrt{2,25}\right):\sqrt{169}$

b) $B=\sqrt{17+12\sqrt{2}}+\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

c) $C=\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}+...+\dfrac{1}{\sqrt{34}+\sqrt{35}}+\dfrac{1}{\sqrt{35}+\sqrt{36}}$

Lời giải

a) $A=\left(\sqrt{0,25}-\sqrt{(-15)^2}+\sqrt{2,25}\right):\sqrt{169}$

$A=\left(0,5-15+1,5\right):13$

$A=-13:13$

$A=-1$

b) $B=\sqrt{17+12\sqrt{2}}+\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

$B=\sqrt{\left(2\sqrt{2}+3\right)^2}+\sqrt{\left(2\sqrt{2}-3\right)^2}$

$B=2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}+3$

$B=6$

c) $C=\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}+...+\dfrac{1}{\sqrt{34}+\sqrt{35}}+\dfrac{1}{\sqrt{35}+\sqrt{36}}$

$C=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{5-4}+\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5}+\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{7-6}+...+\dfrac{\sqrt{35}-\sqrt{34}}{35-34}+\dfrac{\sqrt{36}-\sqrt{35}}{36-35}$

$C=\sqrt{5}-\sqrt{4}+\sqrt{6}-\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{6}+...+\sqrt{35}-\sqrt{34}+\sqrt{36}-\sqrt{35}$

$C=\sqrt{36}-\sqrt{4}$

$C=6-2$

$C=4$

Câu 3: Giải phương trình

a) $\left(3\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+2\right)=\sqrt{a}\left(2+3\sqrt{a}\right)$ b) $\sqrt{9a^2-6a+1}-a=1$

c) $\sqrt{a^3+a^2+4}+\sqrt{a^3+a^2-3}=7$

Lời giải

a) $\left(3\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+2\right)=\sqrt{a}\left(2+3\sqrt{a}\right)$

Điều kiện: $a\ge 0$

$\Leftrightarrow 3a+6\sqrt{a}-\sqrt{a}-2=2\sqrt{a}+3a$

$\Leftrightarrow 3a+6\sqrt{a}-\sqrt{a}-2-2\sqrt{a}-3a=0$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{a}-2=0$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{a}=2$

$\Leftrightarrow \sqrt{a}=\dfrac{2}{3}$

$\Leftrightarrow a=\dfrac{4}{9}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $S=\left\{\dfrac{4}{9}\right\}$

b) $\sqrt{9a^2-6a+1}-a=1$

$\Leftrightarrow \sqrt{9a^2-6a+1}=1+a$

Điều kiện: $a\ge -1$

$\Leftrightarrow \sqrt{\left(3a-1\right)^2}=1+a$

$\Leftrightarrow |3a-1|=1+a$

Trường hợp 1: $3a-1=a+1$

$\Leftrightarrow 3a-a=1+1$

$\Leftrightarrow 2a=2$

$\Leftrightarrow a=1$ (thỏa mãn điều kiện)

Trường hợp 2: $3a-1=-(a+1)$

$\Leftrightarrow 3a-1=-a-1$

$\Leftrightarrow 3a-1+a+1=0$

$\Leftrightarrow 4a=0$

$\Leftrightarrow a=0$ (thỏa mãn điều kiện)

c) $\sqrt{a^3+a^2+4}+\sqrt{a^3+a^2-3}=7$

Điều kiện xác định: $\begin{cases} a^3+a^2+4\ge 0 \\ a^3+a^2-3\ge 0 \end{cases}$

Vì $\sqrt{a^3+a^2+4}\ne\sqrt{a^3+a^2-3}$ với mọi a thỏa mãn điều kiện nên nhân liên hợp vế trái ta được:

$$\frac{a^3+a^2+4-\left(a^3+a^2-3\right)}{\sqrt{a^3+a^2+4}-\sqrt{a^3+a^2-3}}=7 \Leftrightarrow \frac{7}{\sqrt{a^3+a^2+4}-\sqrt{a^3+a^2-3}}=7$$

Khi đó, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \sqrt{a^3+a^2+4}-\sqrt{a^3+a^2-3}=1 \\ \sqrt{a^3+a^2+4}+\sqrt{a^3+a^2-3}=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^3+a^2+4}=4 \\ \sqrt{a^3+a^2-3}=3 \end{cases}$$ (thỏa mãn điều kiện)

$\Leftrightarrow a^3+a^2-12=0$

$$\Leftrightarrow (a-2)\left(a^2+3a+6\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \\ a^2+3a+6=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \\ \left(a+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{15}{4}=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \\ a\in\varnothing \end{array}\right. \Rightarrow a=2$$

Thử lại với $a=2$ thấy thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{2\}$

Câu 4: Cho hình bình hành $A'B'C'D'$ có $\widehat{A'}=\alpha<90^o$. Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của B', D' trên đường chéo $A'C'$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của C' trên các đường thẳng $A'B'$.

a) Chứng minh rằng: Tam giác $B'C'M$ đồng dạng với tam giác $D'C'N$

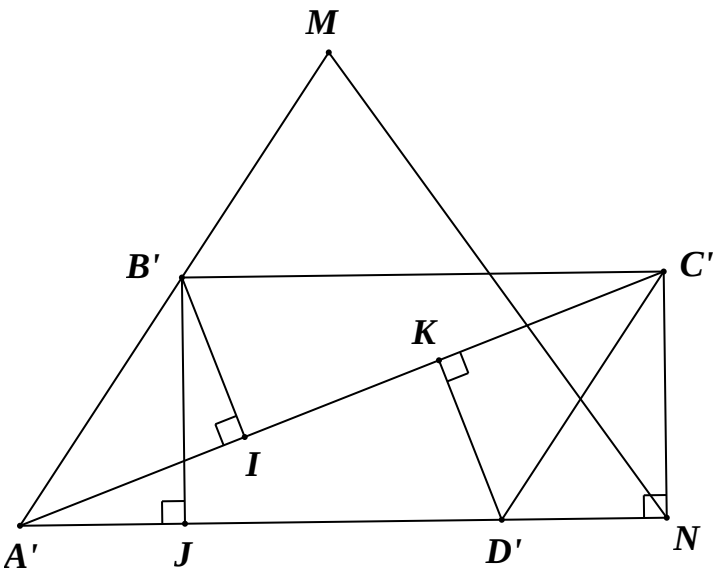
b) Chứng minh rằng: Tam giác $C'MN$ đồng dạng với tam giác $B'C'A'$

Từ đó suy ra $MN=A'C'.\sin\alpha$

c) Tính diện tích tứ giác $A'NC'M$ biết $B'C'=6$ cm, $A'B'=4$ cm và $\alpha=60°$

d) Chứng minh: $A'C'^2=A'D'.A'N+A'B'.A'M$.

Lời giải



a) Vì M , N lần lượt là hình chiếu của C' trên các đường thẳng $A'B', A'D'$ nên $C'M \perp A'M; C'N \perp A'N$. Do đó $\widehat{B'MC'} = 90^o; \widehat{D'NC'} = 90^o$

Vì $A'B'C'D'$ là hình bình hành nên $B'C' // A'D'; B'C' = A'D'; A'B' // C'D'; A'B' = C'D'$

Vì $B'C' // A'D'$ nên $\widehat{B'A'D'} = \widehat{MB'C'}$ (2 góc đồng vị) (1)

Vì $A'B' // C'D'$ nên $\widehat{B'A'D'} = \widehat{ND'C'}$ (2 góc đồng vị) (2)

Từ (1) (2) suy ra $\widehat{MB'C'} = \widehat{ND'C'}$

Xét $\Delta MB'C'$ và $\Delta ND'C'$ có:

$$\widehat{B'MC'} = \widehat{D'NC'} \left(= 90^o\right)$$

$$\widehat{MB'C'} = \widehat{ND'C'}$$

$\Rightarrow \Delta MB'C' \backsim \Delta ND'C'$ (g – g)

b) Kẻ $B'J \perp A'N \left(J \in A'N\right)$

Vì $B'C' // A'D'$; $B'J \perp A'D$ nên $B'J \perp B'C'$. Do đó $\widehat{JB'C'} = 90°$

Vì $B'C' // A'D'$; $C'N \perp A'N$ nên $C'N \perp B'C'$. Do đó $\widehat{B'C'N} = 90°$

Tứ giác $B'C'NJ$ có

$\widehat{JB'C} = \widehat{B'C'N} = \widehat{C'NA'} = 90°$ nên là hình chữ nhật

$\Rightarrow B'J = C'N$

Ta có $\widehat{JB'A'} = \widehat{B'C'M}$ (cùng phụ 2 góc bằng nhau $\widehat{B'A'J} = \widehat{MB'C'}$);

$\widehat{JB'C'} = \widehat{B'C'N} \left(= 90^o\right)$

Suy ra $\widehat{A'B'J} + \widehat{JB'C'} = \widehat{B'C'M} + \widehat{B'C'N}$

$\Rightarrow \widehat{A'B'C'} = \widehat{MC'N}$

Vì $\Delta MB'C' \backsim \Delta ND'C'$ (câu a) nên

$$\frac{B'C'}{D'C'} = \frac{MC'}{NC'} \Rightarrow \frac{B'C'}{A'B'} = \frac{MC'}{NC'} \Rightarrow \frac{B'C'}{MC'} = \frac{A'B'}{NC'}$$

Xét $\Delta A'B'C'$ và $\Delta NMC'$ có: $\dfrac{B'C'}{MC'}=\dfrac{A'B'}{NC'}$ và $\widehat{A'B'C'}=\widehat{MC'N}$

$\Rightarrow \Delta A'B'C'$ ” $\Delta NC'M$ (c.g.c)

$\Rightarrow \dfrac{A'C'}{NM}=\dfrac{B'C'}{C'M}=\dfrac{A'B'}{NC'}$ (3)

$\Rightarrow MN=A'C'.\dfrac{NC'}{A'B'}=A'C'.\dfrac{B'J}{A'B'}=A'C'.\sin\alpha$

c) Xét $\Delta A'JB'$ vuông tại J có:

$B'J=A'B'.\sin\widehat{B'A'J}=4.\sin 60^o=2\sqrt{3}$ (cm);

$A'J=A'B'.cos\widehat{B'A'J}=4.cos60^o=2$ (cm);

$\Rightarrow C'N=B'J=2\sqrt{3}$ (cm)

$\Rightarrow A'N=A'J+JN=A'J+B'C'=2+6=8$ (cm)

Từ (3) suy ra $C'M=\dfrac{B'C'.C'N}{A'B'}=\dfrac{6.2\sqrt{3}}{4}=3\sqrt{3}$ (cm)

Áp dụng định lý Pytago vào $\Delta A'C'N$ vuông tại N ta có:

$A'C'^2=A'N^2+C'N^2=8^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2=64+12=76$ (cm)

Áp dụng định lý Pytago vào $\Delta A'C'N$ vuông tại N ta có:

$A'C'^2=A'M^2+C'M^2\Rightarrow A'M=\sqrt{A'C'^2-C'M^2}=\sqrt{76-\left(3\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{76-27}=7$ (cm)

Ta có: $S_{\Delta A'C'M}=\dfrac{MC'.A'M}{2}=\dfrac{7.3\sqrt{3}}{2}=\dfrac{21\sqrt{3}}{2}\left(\text{cm}^2\right)$

$S_{\Delta A'C'N}=\dfrac{NC'.A'N}{2}=\dfrac{2\sqrt{3}.8}{2}=8\sqrt{3}\left(\text{cm}^2\right)$

$\Rightarrow S_{A'NC'M}=S_{\Delta A'C'N}+S_{\Delta A'C'M}=8\sqrt{3}+\dfrac{21\sqrt{3}}{2}=\dfrac{37\sqrt{3}}{2}\left(\text{cm}^2\right)$

d) Vì $A'B'//C'D'$ nên $\widehat{B'A'C'}=\widehat{A'C'D'}$ (2 góc so le trong)

Xét $\Delta A'B'I$ vuông tại I và $\Delta C'D'K$ vuông tại K có:

$A'B'=C'D'$ (cmt); $\widehat{B'A'C'}=\widehat{A'C'D'}$

$\Rightarrow \Delta A'B'I=\Delta C'D'K$ (cạnh huyền-góc nhọn)

$\Rightarrow A'I=KC'$ (2 cạnh tương ứng)

Xét $\Delta D'A'K$ và $\Delta NA'C'$ có:

$\widehat{A'NC'}=\widehat{D'KA'}\left(=90^o\right)$

$\widehat{NA'C'}$ góc chung

$\Rightarrow \Delta D'A'K$ ” $\Delta C'A'N$ (g.g)

$\Rightarrow A'C'.A'K=A'D'.A'N$

Xét $\Delta B'A'I$ và $\Delta MA'C'$ có:

$\widehat{A'MC'}=\widehat{A'IB'}\left(=90^o\right)$

$\widehat{MA'C'}$ góc chung

$\Rightarrow \Delta B'A'I$ ” $\Delta C'A'M$ (g.g)

$\Rightarrow A'C'.A'I = A'B'.A'M$

Ta có: $A'B'.A'M + A'D'.A'N = A'C'.A'K + A'C'.A'I$

$= A'C'.\left(A'K + A'I\right) = A'C'.\left(A'K + KC'\right)$

$= A'C'.A'C' = A'C'^2$ (đpcm)

Câu 5: (0,5 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \dfrac{\sqrt{a}}{a\sqrt{a} - 3a + 3\sqrt{a} + 1}$

Lời giải

Ta có $P = \dfrac{\sqrt{a}}{a\sqrt{a} - 3a + 3\sqrt{a} + 4}$

Đặt $\sqrt{a} = t,\ (t \ge 0) \Rightarrow a = t^2,\ a\sqrt{a} = t^3$

Ta có $P = \dfrac{t}{t^3 - 3t^2 + 3t + 4}$

* TH1: $t = 0 \Rightarrow P = 0$

* TH2: $t > 0 \Rightarrow P = \dfrac{1}{t^2 - 3t + 3 + \dfrac{4}{t}} = \dfrac{1}{\left(t-2\right)^2 + \left(t + \dfrac{4}{t}\right) - 1}$

Ta có $\left(t-2\right)^2 \ge 0, \forall t$ và $t + \dfrac{4}{t} \ge 2\sqrt{t.\dfrac{4}{t}} = 4$ (theo bất đẳng thức Cô si)

Nên $P \le \dfrac{1}{0 + 4 - 1} = \dfrac{1}{3}$

* $P = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(t-2\right)^2 = 0 \\ t = \dfrac{4}{t} \end{cases} \Leftrightarrow t = 2$ (nhận) $\Leftrightarrow a = 4$

Vậy $P\max = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow a = 4$

PHÒNG GIÁO DỤC HUYỆN THANH TRÌ
TRƯỜNG THCS THỊ TRẤN VĂN ĐIỂN
THỜI GIAN: 90 PHÚT

ĐỀ BÀI

Câu 1. (2,5 điểm) Rút gọn biểu thức mà không dùng bảng số hay máy tính:

a) $5\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{1}{2}\sqrt{20}-\sqrt{45}$

b) $\sqrt{\left(2-3\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

c) $\left(\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}-5\right)\left(\frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}+6\right)$

d) $\frac{\sin 48^\circ}{\cos 42^\circ}-\cos 60^\circ+\tan 27^\circ.\tan 63^\circ+\sin 30^\circ$

Câu 2. (1,5 điểm) Giải phương trình:

a) $\sqrt{4x+20}-3\sqrt{x+5}+\sqrt{16x+80}=15$

b) $\sqrt{x^2+6x+9}-5=8$

c) $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-4}}=3$

Câu 3. (2 điểm) Với $x\geq 0$ và $x\neq 25$ cho hai biểu thức: $A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\frac{3}{\sqrt{x}+5}+\frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$

a) Tính A với $x=9$.

b) Chứng minh biểu thức $B=\frac{1}{\sqrt{x}-5}$.

c) Cho $P=\frac{3.B}{A}$.Tìm x nguyên để P có giá trị là một số nguyên.

Câu 4. *(3,5điểm)* Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=3\,\text{cm}$, $AC=4\,\text{cm}$

a) Giải tam giác ABC

b) Gọi I là trung điểm của BC, vẽ $AH\perp BC$. Tính AH, AI

c) Qua A kẻ đường thẳng xy vuông góc với AI. Đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt xy tại điểm M, đường thẳng vuông góc với BC tại C cắt xy tại điểm N. Chứng minh: $MB.NC=\frac{BC^2}{4}$

d) Gọi K là trung điểm của AH. Chứng minh B, K, N thẳng hàng.

Câu 5. (0,5 điểm) Giải phương trình: $x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$

HẾT

PHÒNG GIÁO DỤC HUYỆN THANH TRÌ
TRƯỜNG THCS THỊ TRẤN VĂN ĐIỂN

THỜI GIAN: 90 PHÚT

Hướng dẫn giải

Câu 6. (2,5 điểm) Rút gọn biểu thức mà không dùng bảng số hay máy tính:

a) $5\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{1}{2}\sqrt{20}-\sqrt{45}$

b) $\sqrt{\left(2-3\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

c) $\left(\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}-5\right)\left(\frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}+6\right)$

d) $\frac{\sin 48^\circ}{\cos 42^\circ}-\cos 60^\circ+\tan 27^\circ.\tan 63^\circ+\sin 30^\circ$

Lời giải

a) $5\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{1}{2}\sqrt{20}-\sqrt{45}$

$=5.\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{1}{2}.2\sqrt{5}-3\sqrt{5}$

$=\sqrt{5}+\sqrt{5}-3\sqrt{5}$

$=-\sqrt{5}$

b) $\sqrt{\left(2-3\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

$=\left|2-3\sqrt{2}\right|-\sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}$

$=3\sqrt{2}-2-\left|\sqrt{2}+1\right|$

$=3\sqrt{2}-2-\sqrt{2}-1$

$=2\sqrt{2}-3$

c) $\left(\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}-5\right)\left(\frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}+6\right)$

$=\left[\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-1\right)}{\sqrt{5}}-5\right]\left[\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)}{1+\sqrt{5}}+6\right]$

$=\left(\sqrt{5}-6\right)\left(\sqrt{5}+6\right)$

$=5-36$

$=-31$

d) $\dfrac{\sin 48^\circ}{\cos 42^\circ}-\cos 60^\circ+\tan 27^\circ.\tan 63^\circ+\sin 30^\circ$

$=\dfrac{\sin 48^\circ}{\sin 48^\circ}-\sin 30^\circ+\tan 27^\circ.\cot 27^\circ+\sin 30^\circ$ (vì $42^\circ+48^\circ=90^\circ;\ 27^\circ+63^\circ=90^\circ;\ 30^\circ+60^\circ=90^\circ$)

$=1+1$

$=2$

Câu 7. (1,5 điểm) Giải phương trình:

a) $\sqrt{4x+20}-3\sqrt{x+5}+\sqrt{16x+80}=15$ b) $\sqrt{x^2+6x+9}-5=8$

c) $\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-4}}=3$

Lời giải

a) $\sqrt{4x+20}-3\sqrt{x+5}+\sqrt{16x+80}=15$

Điều kiện: $x\ge -5$, khi đó phương trình trở thành

$2\sqrt{x+5}-3\sqrt{x+5}+4\sqrt{x+5}=15$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x+5}=15$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+5}=5$

$\Leftrightarrow x+5=25$

$\Leftrightarrow x=20$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $x=20$.

b) $\sqrt{x^2+6x+9}-5=8$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2}=13$

$\Leftrightarrow |x+3|=13$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+3=13 \\ x+3=-13 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=10 \\ x=-16 \end{array}\right.$

Vậy $x\in\{-16;10\}$

c) $\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-4}}=3$

Điều kiện: $x>4$, khi đó phương trình trở thành

$\sqrt{x+1}=3\sqrt{x-4}$

$\Leftrightarrow x+1=9(x-4)$

$\Leftrightarrow 9x-x=1+36$

$\Leftrightarrow 8x=37$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{37}{8}$ (thỏa mãn)

Vậy $x=\dfrac{37}{8}$

Câu 8. (2 điểm) Với $x\ge 0$ và $x\ne 25$ cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$

a) Tính A với $x=9$.

b) Chứng minh biểu thức $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

c) Cho $P=\dfrac{3.B}{A}$.Tìm x nguyên để P có giá trị là một số nguyên.

Lời giải

a) Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào A có: $A=\dfrac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-5}=\dfrac{5}{-2}=\dfrac{-5}{2}$

b) $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$

$B=\dfrac{3\sqrt{x}-15+20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}=\dfrac{\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$(đpcm)

c) $P=\dfrac{3.B}{A}=\dfrac{3}{\sqrt{x}-5}:\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}$

P có giá trị nguyên $\Leftrightarrow 3\vdots(\sqrt{x}+2)\Leftrightarrow \sqrt{x}+2\in U(3)=\{\pm 1;\pm 3\}$

Mà $\sqrt{x}+2\ge 2$ với mọi x thỏa mãn điều kiện

$\Rightarrow \sqrt{x}+2=3\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $x=1$ để P có giá trị là một số nguyên.

Câu 9. *(3,5điểm)* Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=3\,\text{cm}$, $AC=4\,\text{cm}$

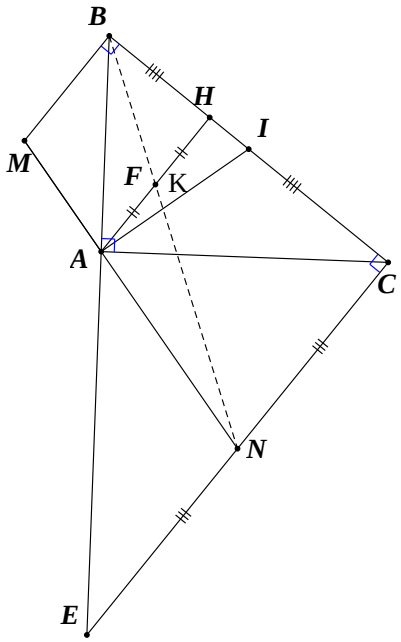
a) Giải tam giác ABC

b) Gọi I là trung điểm của BC, vẽ $AH\perp BC$. Tính AH, AI

c) Qua A kẻ đường thẳng xy vuông góc với AI. Đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt xy tại điểm M, đường thẳng vuông góc với BC tại C cắt xy tại điểm N. Chứng minh: $MB.NC=\dfrac{BC^2}{4}$

d) Gọi K là trung điểm của AH. Chứng minh B, K, N thẳng hàng.

Lời giải



a) Áp dụng định lý Pitago vào ΔABC vuông tại A, ta được: $BC^2=AB^2+AC^2$

Thay số: $BC^2=3^2+4^2$

$$BC^2=25\Rightarrow BC=5\text{ cm}.$$

*) Ta có $\sin B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{4}{5}$

$\Rightarrow \hat{B}\approx 53°7'$

Ta có: $\hat{B}+\hat{C}=90°$

$\Rightarrow \hat{C}\approx 90°-53°7'=36°53'$

b) Áp dụng hệ thức lượng vào ΔABC vuông tại A, ta được:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}$$

Thay số: $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{4^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{AH^2}=\frac{25}{(3.4)^2}$

$\Rightarrow AH^2=\frac{12^2}{25}$

$\Rightarrow AH=\frac{12}{5}$ cm.

*) ΔABC vuông tại A, có AI là trung tuyến

$\Rightarrow AI=\frac{1}{2}BC$ (tính chất tam giác vuông)

$\Rightarrow AI=\frac{1}{2}.5=\frac{5}{2}cm$

c) *) Ta có:

$\widehat{BAM}+\widehat{BAI}=90°$ $(do\ AI\perp MN)$

$\widehat{CAI}+\widehat{BAI}=90°$ $(do\ \widehat{BAC}=90°)$

$\Rightarrow \widehat{BAM}=\widehat{CAI}$ (1)

*) Ta có: $\widehat{MBA}+\widehat{ABC}=90°$ $(do\ BM\perp BC)$

$\widehat{ACB}+\widehat{ABC}=90°$ (do ΔABC vuông tại A)

$\Rightarrow \widehat{MBA}=\widehat{ACB}$ (2)

*) Xét ΔAMB và ΔAIC, từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta AMB \backsim \Delta AIC$

$\Rightarrow \frac{MB}{IC}=\frac{AB}{AC}$ (tính chất tam giác đồng dạng) (3)

*) Ta cũng chứng minh được ΔABI ” ΔACN

$\Rightarrow \frac{AB}{AC}=\frac{BI}{CN}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{MB}{IC}=\frac{BI}{CN}$

$\Rightarrow MB.CN=IC.BI$

Mà $IC=BI=\frac{BC}{2}$

$\Rightarrow MB.CN=\frac{BC^2}{4}$.

d) Gọi $F=BN\cap AH$; $E=AB\cap CN$

Có $AH\ //\ CN$ (Vì cùng vuông góc với BC)

+) ΔBCN có: $FH\ //\ CN\Rightarrow \frac{FH}{CN}=\frac{BF}{BN}$ (định lý talet) (5)

+) ΔBEN có: $AF\ //\ EN\Rightarrow \frac{AF}{EN}=\frac{BF}{BN}$ (định lý talet) (6)

Ta chứng minh được: $\Delta AIN=\Delta CIN$ $(ch-cgv)$

$\Rightarrow AN = CN$

ΔACE vuông tại A, $AN = CN \Leftrightarrow AN = NE$

$\Rightarrow CN = EN \quad (7)$

Từ $(5);(6)$ và $(7) \Rightarrow FH = AF$

$\Rightarrow F$ là trung điểm của AH

Mà K là trung điểm của AH (giả thiết)

$\Rightarrow F \equiv K$

$\Rightarrow B$, K, N thẳng hàng.

Câu 10. (0,5 điểm) Giải phương trình: $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$

Lời giải

Ta có $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$

$\Leftrightarrow \left(x^2 + 2x + 1\right) + \left(2x + 3 - 2\sqrt{2x+3} + 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 + \left(\sqrt{2x+3} - 1\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \sqrt{2x+3}-1=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = -1$

Vậy phương trình trên có nghiệm $x = -1$

HẾT

UBND QUẬN ĐỐNG ĐA

TRƯỜNG THCS BẾ VĂN ĐÀN

ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ I

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

Câu 1. *(2,5 điểm)* Cho hai biểu thức

$$A=\frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3} \text{ và } B=\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} \text{ với } \left(x\geq 0, x\neq 4, x\neq 9\right)$$

a) Tính giá trị của A khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B

c) Biết rằng $P=A:B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Câu 2. *(3,0 điểm)* Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-5}=2$

b) $\sqrt{x^2-6x+9}=5$

c) $\sqrt{4x^2-4x+1}=x+1$

d) $\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{4x^2-12x+9}$

Câu 3. *(3,5 điểm)* Cho tam giác ABC vuông tại $A\,(AB>AC)$, đường cao AH $(H\in BC)$. Vẽ phân giác AD của góc BAH $(D\in BH)$. Cho M là trung điểm của BA.

a) Cho $AC=3cm\,;\,AB=4cm$. Hãy giải tam giác ABC ?. Làm tròn đến độ

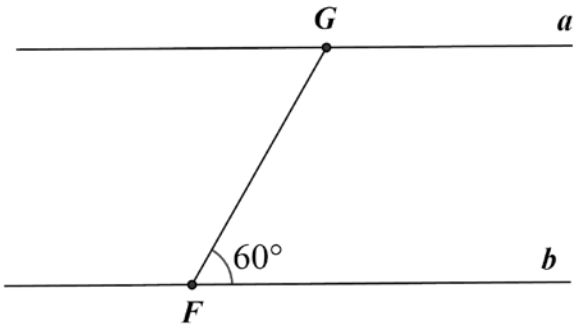
b) Tính diện tích tam giác AHC

c) Chứng minh rằng: $\frac{DH}{DB}=\frac{HC}{AC}$

d) Gọi E là giao điểm của DM và AH. Chứng minnh: $S_{\Delta AEC}=S_{\Delta DEC}$

Câu 4. *(1,0 điểm)*

Một con thuyền ở địa điểm F di chuyển từ bờ sông b sang bờ sông a với vận tốc trung bình là 6 km/h, vượt qua khúc sông nước chảy mạnh trong 5 phút. Biết đường đi của con thuyền là FG, tạo với bờ sông một góc $60°$.



a) Tính FG

b) Tính chiều rộng của khúc sông (làm tròn đến mét)

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ I
MÔN: TOÁN 9
TRƯỜNG THCS BẾ VĂN ĐÀN
Năm học: 2020-2021

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 5. *(2,5 điểm)* Cho hai biểu thức

$$A=\frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3} \text{ và } B=\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} \text{ với } \left(x\geq 0, x\neq 4, x\neq 9\right)$$

a) Tính giá trị của A khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B

c) Biết rằng $P=A:B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Lời giải

a) Ta có $x=16$ (thỏa mãn điều kiện), thay vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{16+2\sqrt{16}+5}{\sqrt{16}-3}=\frac{29}{1}=29$$

Vậy khi $x=16$ thì $A=29$

b) Ta có:

$$B=\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$$
$$=\frac{2\sqrt{x}-9}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$
$$=\frac{2\sqrt{x}-9-\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)+\left(2\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$
$$=\frac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$
$$=\frac{x-\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$, $\left(x\geq 0, x\neq 4, x\neq 9\right)$

c) Ta có

$$P=A:B=\frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1}=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2+4}{\sqrt{x}+1}=\sqrt{x}+1+\frac{4}{\sqrt{x}+1}$$

Do $x \ge 0 \Rightarrow \sqrt{x} \ge 0 \Rightarrow \sqrt{x}+1 > 0$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương $\sqrt{x}+1$ và $\frac{4}{\sqrt{x}+1}$ ta có:

$$P = \sqrt{x}+1+\frac{4}{\sqrt{x}+1} \ge 2\sqrt{\left(\sqrt{x}+1\right)\frac{4}{\sqrt{x}+1}} = 4$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = \frac{4}{\sqrt{x}+1} \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $\min P = 4$ khi $x = 1$

Câu 6. *(3,0 điểm)* Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-5} = 2$

b) $\sqrt{x^2-6x+9} = 5$

c) $\sqrt{4x^2-4x+1} = x+1$

d) $\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{4x^2-12x+9}$

Lời giải

a) $\sqrt{x-5} = 2$.

Điều kiện xác định $x \ge 5$

Ta có: $\sqrt{x-5} = 2 \Leftrightarrow x-5 = 4 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn $x \ge 5$)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{9\}$.

b) $\sqrt{x^2-6x+9} = 5$

Ta có: $\sqrt{x^2-6x+9} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 5 \Leftrightarrow |x-3| = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-3 = 5 \\ x-3 = -5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 8 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{8;-2\}$.

c) $\sqrt{4x^2-4x+1} = x+1$

Ta có:

$$\sqrt{4x^2-4x+1} = x+1 \Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2} = x+1 \Leftrightarrow |2x-1| = x+1 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+1 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} 2x-1 = x+1 \\ 2x-1 = -x-1 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 \text{(nhận)} \\ x = 0 \text{(nhận)} \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2;0\}$.

d) $\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{4x^2-12x+9}$

Ta có: $\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{4x^2-12x+9}\Leftrightarrow\sqrt{(x-2)^2}=\sqrt{(2x-3)^2}\Leftrightarrow|x-2|=|2x-3|$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=2x-3\\x-2=-2x+3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-x=-1\\3x=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{5}{3}\end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{1;\dfrac{5}{3}\right\}$.

Câu 7. *(3,5 điểm)* Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB>AC$), đường cao AH ($H\in BC$). Vẽ phân giác AD của góc BAH ($D\in BH$). Cho M là trung điểm của BA.

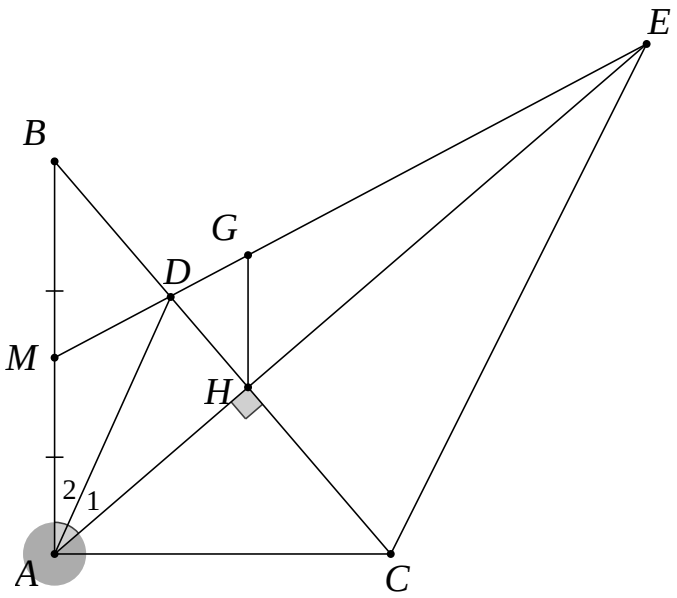
a) Cho $AC=3cm\,;\,AB=4cm$. Hãy giải tam giác ABC ?. Làm tròn đến độ

b) Tính diện tích tam giác AHC

c) Chứng minh rằng: $\dfrac{DH}{DB}=\dfrac{HC}{AC}$

d) Gọi E là giao điểm của DM và AH. Chứng minnh: $S_{\Delta AEC}=S_{\Delta DEC}$

Lời giải



a) Xét ΔABC vuông tại A (gt) có:

$AB^2+AC^2=BC^2$ (định lí Pytago)

$\Rightarrow 4^2+3^2=BC^2$

$\Rightarrow BC^2=25$

$\Rightarrow BC=5$ (cm)

Ta có: $\sin B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{3}{5}\Rightarrow\widehat{B}\approx 37°$

$\widehat{B}+\widehat{C}=90°$

$\Rightarrow \widehat{C}\approx 53°$

b) Áp dụng hệ thức lượng vào ΔABC vuông tại A, đường cao AH ta có:

$$AH.BC=AB.AC$$

$\Leftrightarrow AH=\dfrac{AB.AC}{BC}=\dfrac{4.3}{5}=2,4$ (cm)

Lại có: $AC^2=CH.BC\Leftrightarrow CH=\dfrac{3^2}{BC}=\dfrac{9}{5}=1,8$ (cm)

Diện tích tam giác AHC là:

$\dfrac{1}{2}.HC.AH=\dfrac{1}{2}.2,4.1,8=2,16\left(cm^2\right)$

c) Xét ΔABH có phân giác AD (giả thuyết)

$\Rightarrow \dfrac{DH}{DB}=\dfrac{AH}{AB}$ (tính chất phân giác trong tam giác)

ΔAHB” ΔCHA (g-g)

$\Rightarrow \dfrac{AH}{AB}=\dfrac{HC}{AC}$ (hai góc tương ứng)

$\Rightarrow \dfrac{DH}{DB}=\dfrac{HC}{AC}\left(=\dfrac{AH}{AB}\right)$ (đpcm)

d) Kẻ $HG // AB$

Xét ΔABD có $\widehat{ADC}$ là góc ngoài $\Rightarrow \widehat{ADC}=\widehat{ABD}+\widehat{A_2}$

Mà $\widehat{DAC}=\widehat{A_1}+\widehat{HAC}$

Lại có $\widehat{ABD}=\widehat{HAC}$

$\Rightarrow \widehat{ADC}=\widehat{DAC}$

$\Rightarrow \Delta ACD$ cân tại C (dhnb)

$\Rightarrow AC=DC$ (tính chất)

$\Rightarrow \dfrac{DH}{DB}=\dfrac{HC}{AC}=\dfrac{HC}{DC}$ (1)

Xét ΔAEM, có $GH // AB \Rightarrow \dfrac{EH}{EA}=\dfrac{HG}{AM}$ (định lí Ta lét)

Vì M là trung điểm của AB (gt) $\Rightarrow AM=BM \Rightarrow \dfrac{EH}{EA}=\dfrac{HG}{BM}$

Xét ΔDGH, có $GH // AB \Rightarrow \dfrac{DH}{DB}=\dfrac{HG}{BM}$ (định lí Ta lét)

$\Rightarrow \dfrac{EH}{EA}=\dfrac{DH}{DB}$ (2)

Từ (1);(2) $\Rightarrow \dfrac{HC}{DC}=\dfrac{HE}{AE}\Rightarrow HC.AE=DC.HE$

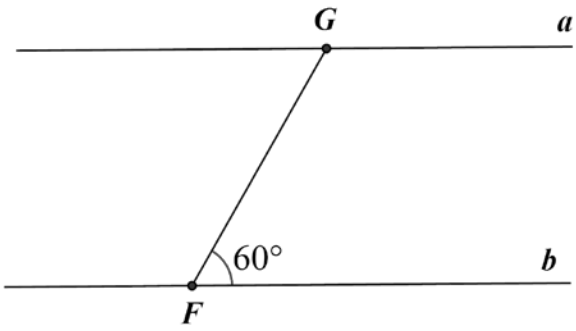
Ta có $S_{ACE}=\dfrac{1}{2}CH.AE$, $S_{DEC}=\dfrac{1}{2}EH.DC$

$\Rightarrow \dfrac{S_{ACE}}{S_{DEC}} = \dfrac{CH.AE}{EH.DC} = 1$

Vậy $S_{\Delta AEC} = S_{\Delta DEC}$

Câu 8. *(1,0 điểm)*

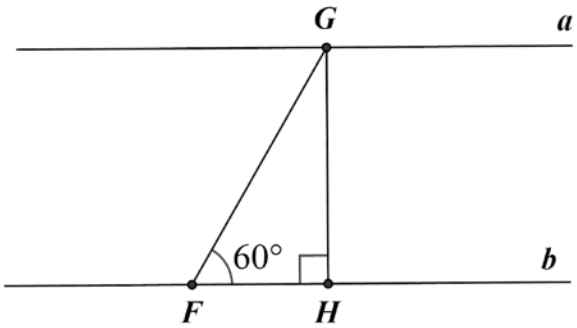
Một con thuyền ở địa điểm F di chuyển từ bờ sông b sang bờ sông a với vận tốc trung bình là 6 km/h, vượt qua khúc sông nước chảy mạnh trong 5 phút. Biết đường đi của con thuyền là FG, tạo với bờ sông một góc $60°$.



a) Tính FG

b) Tính chiều rộng của khúc sông (làm tròn đến mét)

Lời giải



a) FG là quãng đường đi được của thuyền. $FG = 6.\dfrac{5}{60} = 0,5\,km = 500\,m$.

b) Gọi GH là chiều rộng của khúc sông.

Xét ΔGHF vuông tại H, áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$GH = FG.\sin\widehat{GFB} = 500.\sin 60° = 500.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 250\sqrt{3} \approx 433$ m.

Vậy, chiều rộng của khúc sông xấp xỉ 433 m.

HẾT

PHÒNG GD VÀ ĐT NAM TỪ LIÊM
TRƯỜNG THCS MỄ TRÌ
ĐỀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ GIỮA HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

Câu 1. **(2 *điểm*)**. Thực hiện phép tính

a) $\sqrt{12}-2\sqrt{27}+3\sqrt{75}-\sqrt{48}$.

b) $1+2\sqrt{27}-\sqrt{4+2\sqrt{3}}$.

c) $\sqrt{32}+\dfrac{\sqrt{62}}{\sqrt{31}}-12\sqrt{\dfrac{1}{2}}+\dfrac{6}{\sqrt{2}}$.

d) $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{3-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$.

Câu 2. **(2 *điểm*)**. Tìm x biết

a) $3\sqrt{2x-3}-6=9$.

b) $\sqrt{2}x^2-\sqrt{98}=0$.

c) $\sqrt{x^2-9}+\sqrt{x-3}=0$.

d) $\dfrac{2}{3}\sqrt{9x-9}-\dfrac{1}{4}\sqrt{16x-16}+27\sqrt{\dfrac{x-1}{81}}=4$.

Câu 3. **(2,0 điểm)**. Cho hai biểu thức

$P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}-\dfrac{2\sqrt{x}}{x-1}$ và $Q=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}\left(x\ge 0;x\ne 1\right)$

a) Tính giá trị của Q tại $x=7-4\sqrt{3}$.

b) Rút gọn $M=P.Q$.

c) Tính các giá trị của x để $M<\dfrac{-1}{3}$.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của M.

Câu 4. ***(3,5 điểm)***

1) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=6\,\text{cm};\ AC=8\,\text{cm}$. Vẽ AH vuông góc BC tại H.

a) Tính AH, HB, HC.

b) Gọi E,F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Gọi O là giao điểm của AH và EF. Chứng minh 4 điểm A, E, F, H cùng thuộc một đường tròn và $HB.HC=4.OE.OF$.

c) Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh $S_{AEMF}=\dfrac{1}{2}S_{ABC}$.

2) Một tòa nhà có chiều cao $h(\text{m})$. Khi tia nắng tạo với mặt đất một góc $55°$ thì bóng của tòa nhà trên mặt đất dài $15\,\text{m}$. Tính chiều cao h của tòa nhà. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 5. ***(0,5 điểm)*** Với các số thực dương x, y thỏa mãn $x+y\le 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)\sqrt{1+x^2y^2}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ GIỮA HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9TRƯỜNG THCS MỄ TRÌ

Năm học: 2019-2020

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. **(2 *điểm*)**. Thực hiện phép tính

a) $\sqrt{12}-2\sqrt{27}+3\sqrt{75}-\sqrt{48}$

b) $1+2\sqrt{27}-\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

c) $\sqrt{32}+\dfrac{\sqrt{62}}{\sqrt{31}}-12\sqrt{\dfrac{1}{2}}+\dfrac{6}{\sqrt{2}}$

d) $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{3-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

Lời giải

a) $\sqrt{12}-2\sqrt{27}+3\sqrt{75}-\sqrt{48}$

$=\sqrt{2^2.3}-2\sqrt{3^2.3}+3\sqrt{5^2.3}-\sqrt{4^2.3}$

$=2\sqrt{3}-2.3\sqrt{3}+3.5\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}-6\sqrt{3}+15\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

$=7\sqrt{3}$

b) $1+2\sqrt{27}-\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

$=1+2\sqrt{3^2.3}-\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+2.\sqrt{3}.1+1^2}$

$=1+2.3\sqrt{3}-\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}$

$=1+6\sqrt{3}-\left|\sqrt{3}+1\right|$

$=1+6\sqrt{3}-\left(\sqrt{3}+1\right)$

$=1+6\sqrt{3}-\sqrt{3}-1$

$=5\sqrt{3}$

c) $\sqrt{32}+\dfrac{\sqrt{62}}{\sqrt{31}}-12\sqrt{\dfrac{1}{2}}+\dfrac{6}{\sqrt{2}}$

$=\sqrt{4^2.2}+\sqrt{\dfrac{62}{31}}-12.\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{6\sqrt{2}}{2}$

$=4\sqrt{2}+\sqrt{2}-6\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$

d) $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{3-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

$$= \frac{2.\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)} + \frac{2.\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)} + \frac{\sqrt{3}.\left(\sqrt{3}-1\right)}{1-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2.\left(\sqrt{3}+1\right)}{2} + \frac{2.\left(\sqrt{3}-1\right)}{2} - \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}$$

Câu 2. **(2 *điểm*)**. Tìm x biết

a) $3\sqrt{2x-3}-6=9$

b) $\sqrt{2}x^2-\sqrt{98}=0$

c) $\sqrt{x^2-9}+\sqrt{x-3}=0$

d)

$$\frac{2}{3}\sqrt{9x-9}-\frac{1}{4}\sqrt{16x-16}+27\sqrt{\frac{x-1}{81}}=4$$

Lời giải

a) $3\sqrt{2x-3}-6=9$

Điều kiện: $2x-3\ge 0 \Leftrightarrow x\ge \frac{3}{2}$

$3\sqrt{2x-3}-6=9$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{2x-3}=15$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x-3}=5$

$\Leftrightarrow 2x-3=25$

$\Leftrightarrow 2x=28$

$\Leftrightarrow x=14(TM)$

Vậy $x=14$ là nghiệm của phương trình.

b) $\sqrt{2}x^2-\sqrt{98}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}x^2=\sqrt{98}$

$\Leftrightarrow x^2=\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow x^2=\sqrt{\frac{98}{2}}$

$\Leftrightarrow x^2=\sqrt{49}$

$\Leftrightarrow x^2=7$

$\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{7}$

Vậy $x\in\left\{-\sqrt{7};\sqrt{7}\right\}$ là nghiệm của phương trình.

c) $\sqrt{x^2-9}+\sqrt{x-3}=0$

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-9\ge 0 \\ x-3\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\ge 3$

$\sqrt{x^2-9}+\sqrt{x-3}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-3}.\sqrt{x+3}+\sqrt{x-3}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-3}.\left(\sqrt{x+3}+1\right)=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-3}=0 \ \left(do:\sqrt{x+3}+1>1>0;\forall x\ge 3\right)$

$\Leftrightarrow x-3=0$

$\Leftrightarrow x=3(TM)$

Vậy $x=3$ là nghiệm của phương trình.

d) $\frac{2}{3}\sqrt{9x-9}-\frac{1}{4}\sqrt{16x-16}+27\sqrt{\frac{x-1}{81}}=4$

Điều kiện: $x\ge 1$

$\frac{2}{3}\sqrt{9x-9}-\frac{1}{4}\sqrt{16x-16}+27\sqrt{\frac{x-1}{81}}=4$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}\sqrt{9\left(x-1\right)}-\frac{1}{4}\sqrt{16\left(x-1\right)}+27\sqrt{\frac{x-1}{81}}=4$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}.3.\sqrt{x-1}-\frac{1}{4}.4\sqrt{x-1}+27.\frac{\sqrt{x-1}}{9}=4$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-1}-\sqrt{x-1}+3\sqrt{x-1}=4$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{x-1}=4$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-1}=1$

$\Leftrightarrow x-1=1$

$\Leftrightarrow x=2(TM)$

Vậy $x=2$ là nghiệm của phương trình.

Câu 3. **(2,0 điểm).** Cho hai biểu thức

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{1-\sqrt{x}}-\frac{2\sqrt{x}}{x-1} \text{ và } Q=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}\left(x\ge 0;x\ne 1\right)$$

a) Tính giá trị của Q tại $x=7-4\sqrt{3}$

b) Rút gọn $M=P.Q$

c) Tính các giá trị của x để $M<\frac{-1}{3}$

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của M

Lời giải

a) Thay $x=7-4\sqrt{3}=\left(2-\sqrt{3}\right)^2\Rightarrow\sqrt{x}=2-\sqrt{3}$ (thỏa mãn) vào Q ta được

$$Q=\frac{2-\sqrt{3}+1}{2-\sqrt{3}+2}=\frac{3-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}=\frac{\left(3-\sqrt{3}\right)\left(4+\sqrt{3}\right)}{\left(4-\sqrt{3}\right)\left(4+\sqrt{3}\right)}=\frac{9-\sqrt{3}}{13}.$$

b) Rút gọn $M=P.Q$

$$M=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{1-\sqrt{x}}-\frac{2\sqrt{x}}{x-1}\right).\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}\quad,\text{với } x\ge 0;x\ne 1$$

$$M=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}\right).\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$$

$$M=\left(\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}+\frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}\right).\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$$

$$M=\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}+1-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$$

$$M=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$$

$$M=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$$

$$M=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}.$$

c) Tính các giá trị của x để $M<\frac{-1}{3}$

$$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}<\frac{-1}{3}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{1}{3}<0$$

$$\Leftrightarrow\frac{3\sqrt{x}-3+\sqrt{x}+2}{3\left(\sqrt{x}+2\right)}<0$$

$$\Leftrightarrow\frac{4\sqrt{x}-1}{3\left(\sqrt{x}+2\right)}<0\ \left(x\ge 0;x\ne 1\right)$$

Theo ĐK ta có $3\left(\sqrt{x}+2\right)>0$

$$\frac{4\sqrt{x}-1}{3\left(\sqrt{x}+2\right)}<0\Leftrightarrow 4\sqrt{x}-1<0\Leftrightarrow 0\le x<\frac{1}{16}.$$

Vậy với $0\le x<\frac{1}{16}$ thì $M<\frac{-1}{3}$

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của M

Ta có: $M=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{\sqrt{x}+2-3}{\sqrt{x}+2}=1-\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}$

Vì: $\sqrt{x}\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}+2\ge 2\Rightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}+2}\le \dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow M=1-\dfrac{3}{\left(\sqrt{x}+2\right)}\ge 1-\dfrac{3}{2}=-\dfrac{1}{2}.$

Vậy $\min M=-\dfrac{1}{2}$ khi $x=0$.

Câu 4. ***(3,5 điểm)***

1) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=6cm;\ AC=8cm$. Vẽ AH vuông góc BC tại H.

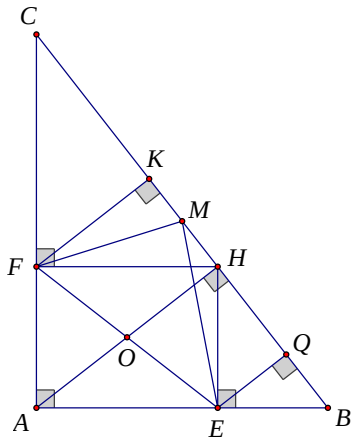
a) Tính $AH,\ HB,\ HC$.

b) Gọi E,F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Gọi O là giao điểm của AH và EF. Chứng minh 4 điểm $A,\ E,\ F,\ H$ cùng thuộc một đường tròn và $HB.HC=4.OE.OF$.

c) Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh $S_{AEMF}=\dfrac{1}{2}S_{ABC}$.

2) Một tòa nhà có chiều cao $h(\text{m})$. Khi tia nắng tạo với mặt đất một góc $55°$ thì bóng của tòa nhà trên mặt đất dài $15\,\text{m}$. Tính chiều cao h của tòa nhà. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải



1)

a) Tính $AH,\ HB,\ HC$.

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông ABC ta có:

$BC^2=AB^2+AC^2=6^2+8^2=100\Rightarrow BC=10\,\text{cm}$.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông ABC ta có:

+ $AB.AC=AH.BC\Rightarrow AH=\dfrac{AB.AC}{BC}=\dfrac{6.8}{10}=4,8\ \text{cm}$.

+ $AB^2 = BH.BC \Rightarrow BH = \dfrac{AB^2}{BC} = \dfrac{6^2}{10} = 3,6$ cm

Suy ra $HC = BC - BH = 10 - 3,6 = 6,4$ cm.

b) Chứng minh A, E, F, H cùng thuộc đường tròn:

Xét tứ giác $AEFH$ có $\widehat{FAE} = \widehat{AEH} = \widehat{AFH} = 90°$ (giả thiết)

Suy ra tứ giác $AEFH$ là hình chữ nhật nên $OA = OF = OE = OH$ suy ra 4 điểm A, E, F, H cùng nằm trên đường tròn tâm O đường kính AH.

+ Chứng minh $HB.HC = 4.OE.OF$

Vì $OE = OF \Rightarrow 4OE.OF = 4.\dfrac{EF}{2}.\dfrac{EF}{2} = EF^2$.

Mà $EF = AH$ (vì $AEFH$ là hình chữ nhật) và $AH^2 = HB.HC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) nên $HB.HC = 4.OE.OF$.

c) Kẻ $FK \perp BC$ tại K, $EQ \perp BC$ tại Q.

Suy ra $FKQE$ là hình thang vuông.d Vì O là trung điểm EF mà $OH // EQ$ (cùng $\perp BC$)

Suy ra OH là đường trung bình của hình thang $FKQE \Rightarrow EQ + FK = 2OH = AH$.

$$S_{\Delta FMC} = \frac{1}{2}FK.MC = \frac{1}{2}FK.\frac{BC}{2} = \frac{1}{4}FK.BC$$

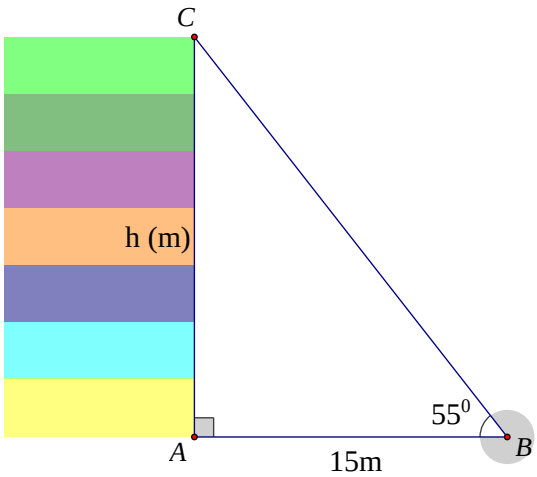
$$S_{\Delta EMB} = \frac{1}{2}EQ.MB = \frac{1}{2}EQ.\frac{BC}{2} = \frac{1}{4}EQ.BC$$

Suy ra $S_{\Delta FMC} + S_{\Delta EMB} = \dfrac{1}{4}BC\left(FK + EQ\right) = \dfrac{1}{4}BC.AH = \dfrac{1}{2}S_{\Delta ABC}$

Mà: $S_{AEMF} + S_{\Delta EMB} + S_{\Delta FMC} = S_{ABC} \Rightarrow S_{AEMF} + \dfrac{1}{2}S_{\Delta ABC} = S_{ABC} \Rightarrow S_{AEMF} = \dfrac{1}{2}S_{\Delta ABC}$

Vậy: $S_{AEMF} = \dfrac{1}{2}S_{ABC}$.

2) Gọi chiều cao của tòa nhà là $h = AC$, bóng của tòa nhà lên mặt đất là $AB = 15$ m, góc tạo bởi tia nắng với mặt đất là $\widehat{CBA} = 55°$ (như hình vẽ)



Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn cho tam giác vuông ABC ta có:

$\tan \widehat{CBA} = \dfrac{AC}{AB} \Rightarrow AC = AB.\tan \widehat{CBA} = 15.\tan 55° \approx 21,42$ m

Vậy tòa nhà cao $21,42$ m.

Câu 5. ***(0,5 điểm)*** Với các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \le 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)\sqrt{1 + x^2y^2}$.

Lời giải

Với các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \le 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)\sqrt{1 + x^2y^2}$.

Với x, y là hai số thực không âm nên ta có: $x + y \ge 2\sqrt{xy} \quad (1)$

Thật vậy $(1) \Leftrightarrow \left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)^2 \ge 0$ luôn đúng

Ta có : $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \ge 2\sqrt{\dfrac{1}{xy}} = \dfrac{2}{\sqrt{xy}} \Rightarrow P \ge \dfrac{2}{\sqrt{xy}}\sqrt{1 + x^2y^2} \ge 2\sqrt{\dfrac{1}{xy} + xy}$.

Ta có : $1 \ge x + y \ge 2\sqrt{xy} \Rightarrow xy \le \dfrac{1}{4}$.

$\Rightarrow \dfrac{1}{xy} + xy = \dfrac{1}{16xy} + xy + \dfrac{15}{16}.\dfrac{1}{xy} \ge 2\sqrt{\dfrac{1}{16xy}.xy} + \dfrac{15}{16}.\dfrac{1}{\frac{1}{4}} = \dfrac{17}{4}$

$\Rightarrow P \ge 2\sqrt{\dfrac{17}{4}} = \sqrt{17}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\sqrt{17}$. Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x = y \\ x + y = 1 \Leftrightarrow x = y = \dfrac{1}{2} \\ xy = \dfrac{1}{4} \end{cases}$.

HẾT

TRƯỜNG THCS QUỲNH MAI

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

NĂM HỌC 2020 – 2021. MÔN: TOÁN 9

Câu 1: **(1,5 điểm)** Rút gọn biểu thức sau

a) $\sqrt{12}-2\sqrt{48}+\frac{7}{5}\sqrt{75}-5\sqrt{3}$

b) $\frac{3}{3+\sqrt{6}}-\sqrt{10-4\sqrt{6}}+6\sqrt{\frac{2}{3}}$

Câu 2: **(2,5 điểm)** Cho hai biểu thức:

$A=\frac{2}{\sqrt{x}-1}; B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{4}{\sqrt{x}-2}+\frac{x+12}{x-4}$ với $x\neq 0;\ x\neq 4$

a) Tính giá trị của A tại $x=25$

b) Rút gọn biểu thức B.

c) So sánh $A.B$ với 2. Biết $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$

Câu 3: **(2 điểm)** Giải phương trình:

a) $\sqrt{4x-20}+\sqrt{x-5}-\frac{1}{3}\sqrt{9x-45}=4$

b) $\sqrt{x^2-8x+16}-2=3$

Câu 4: **(3,5 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A,đường cao AH.

1. Biết $AB=6\text{cm}$ và $BC=10\text{cm}$. Tính $\widehat{B}$; $\widehat{C}$; CH; AH.

2. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB và AC

a) Chứng minh: $AD.AB=AE.AC$

b) Chứng minh: $\Delta ABC\backsim\Delta AED$

c) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác $ADHE$.

Câu 5: **(0,5 điểm).**

Cho a,b là các số thực thỏa mãn $a\geq 1;b\geq 1$. Chứng minh $a\sqrt{b-1}+b\sqrt{a-1}\leq ab$.

TRƯỜNG THCS QUỲNH MAI

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

NĂM HỌC 2020 – 2021. MÔN: TOÁN 9

Câu 1: **(1,5 điểm)** Rút gọn biểu thức sau

a) $\sqrt{12}-2\sqrt{48}+\frac{7}{5}\sqrt{75}-5\sqrt{3}$

b) $\frac{3}{3+\sqrt{6}}-\sqrt{10-4\sqrt{6}}+6\sqrt{\frac{2}{3}}$

Lời giải

a) $\sqrt{12}-2\sqrt{48}+\frac{7}{5}\sqrt{75}-5\sqrt{3}$

$=\sqrt{4.3}-2\sqrt{16.3}+\frac{7}{5}\sqrt{25.3}-5\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}-8\sqrt{3}+7\sqrt{3}-5\sqrt{3}$

$=-4\sqrt{3}$

b) $\frac{3}{3+\sqrt{6}}-\sqrt{10-4\sqrt{6}}+6\sqrt{\frac{2}{3}}$

$=\frac{3\left(3-\sqrt{6}\right)}{\left(3+\sqrt{6}\right)\left(3-\sqrt{6}\right)}-\sqrt{6-2.2\sqrt{6}+4}+6\sqrt{\frac{2.3}{3.3}}$

$=\frac{3\left(3-\sqrt{6}\right)}{9-6}-\sqrt{\left(\sqrt{6}-2\right)^2}+6\frac{\sqrt{6}}{3}$

$=\frac{3\left(3-\sqrt{6}\right)}{3}-\left|\sqrt{6}-2\right|+2\sqrt{6}$

$=3-\sqrt{6}-\left(\sqrt{6}-2\right)+2\sqrt{6}$

$=3-\sqrt{6}-\sqrt{6}+2+2\sqrt{6}$

$=5$

Câu 2: **(2,5 điểm)** Cho hai biểu thức:

$A=\frac{2}{\sqrt{x}-1}; B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{4}{\sqrt{x}-2}+\frac{x+12}{x-4}$ với $x\neq 0;\ x\neq 4$

a) Tính giá trị của A tại $x=25$

b) Rút gọn biểu thức B.

c) So sánh $A.B$ với 2. Biết $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$

Lời giải

a) Thay $x=25$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{2}{\sqrt{25}-1}$$

$$A=\frac{2}{5-1}$$

$$A=\frac{1}{2}$$

Vậy với $x=25$ thì $A=\frac{1}{2}$

b) Với $x\neq 0;\ x\neq 4$ ta có:

$$B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{4}{\sqrt{x}-2}+\frac{x+12}{x-4}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{4\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{x+12}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-2-4\sqrt{x}-8+x+12}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{x-3\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$ với $x\neq 0;\ x\neq 4$.

c) Với $x\neq 0;\ x\neq 4$. ta có:

$$A.B-2=\frac{2}{\sqrt{x}-1}.\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}-2$$

$$A.B-2=\frac{2}{\sqrt{x}+2}-2$$

$$A.B-2=\frac{2-2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+2}$$

$A.B-2=\dfrac{-2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+2}$

Với $x\neq 0;\ x\neq 4$. ta có: $\sqrt{x}>0 \Rightarrow \begin{cases}-2\left(\sqrt{x}+1\right)<0\\ \sqrt{x}+2>0\end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{-2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+2}<0$

$\Rightarrow A.B-2<0 \Rightarrow A.B<2$

Vậy với $x\neq 0;\ x\neq 4$ .thì $A.B<2$

Câu 3: **(2 điểm)** Giải phương trình:

a) $\sqrt{4x-20}+\sqrt{x-5}-\dfrac{1}{3}\sqrt{9x-45}=4$

b) $\sqrt{x^2-8x+16}-2=3$

Lời giải

a) $\sqrt{4x-20}+\sqrt{x-5}-\dfrac{1}{3}\sqrt{9x-45}=4$

ĐKXĐ: $x\geq 5$

Với $x\geq 5$ ta có:

$\sqrt{4x-20}+\sqrt{x-5}-\dfrac{1}{3}\sqrt{9x-45}=4$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-5}+\sqrt{x-5}-3\sqrt{x-5}=4$

$\Leftrightarrow 0\sqrt{x-5}=0$

Vậy phương trình nghiệm đúng với mọi $x\geq 5$

b) $\sqrt{x^2-8x+16}-2=3$

ĐKXĐ: $x\in R$

Với $x\in R$ ta có:

$\sqrt{x^2-8x+16}-2=3$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-4)^2}=5$

$\Leftrightarrow |x-4|=5$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-4=5\\ x-4=-5\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=9\\ x=-1\end{array}\right.$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{9;-1\}$

Câu 4: **(3,5 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A ,đường cao AH .

1. Biết $AB = 6\,\text{cm}$ và $BC = 10\,\text{cm}$. Tính $\widehat{B}$; $\widehat{C}$; CH; AH.

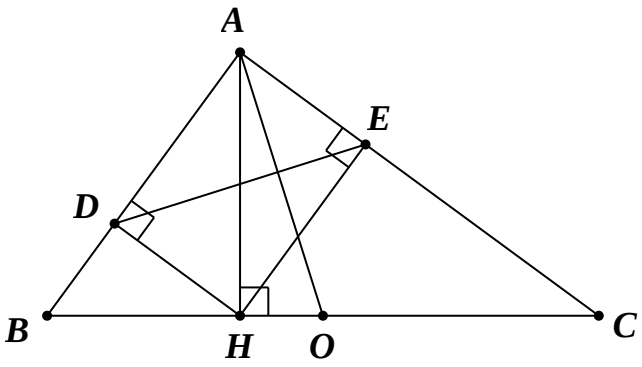
2. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB và AC

a) Chứng minh: $AD.AB = AE.AC$

b) Chứng minh: $\Delta ABC \backsim \Delta AED$

c) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác $ADHE$.

Lời giải



1. Biết $AB = 6\,\text{cm}$ và $BC = 10\,\text{cm}$. Tính $\widehat{B}$; $\widehat{C}$; CH; AH.

Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AH ta có:

+) $\sin\widehat{C} = \dfrac{AB}{BC}$ (định nghĩa tỉ số lượng giác)

$\sin\widehat{C} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow \widehat{C} \approx 37°$.

+) Có: $\widehat{B} + \widehat{C} = 90°$ (tính chất hai góc phụ nhau tam giác vuông)

$\Rightarrow \widehat{B} = 90° - \widehat{C} \approx 90° - 37° \approx 53°$.

+) Có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (định lý Pytago)

$\Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$

$\Rightarrow AC = \sqrt{64} = 8$ (cm).

+) Có: $AB.AC = AH.BC$ (quan hệ giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông)

$\Rightarrow AH = \dfrac{AB.AC}{BC} = \dfrac{6.8}{10} = 4,8$ (cm).

+) Có: $AC^2 = CH.BC$ (quan hệ giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông)

$\Rightarrow CH = \dfrac{AC^2}{BC} = \dfrac{8^2}{10} = 6,4$ (cm).

2. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB và AC

a) Chứng minh: $AD.AB = AE.AC$

Xét ΔAHB vuông tại H, đường cao HD ta có:

$AH^2 = AD.AB$ (quan hệ giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông) (1)

Xét ΔAHC vuông tại H, đường cao HE ta có:

$AH^2 = AE.AC$ (quan hệ giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông) (2)

Từ (1) và $(2) \Rightarrow AD.AB = AE.AC$ (điều phải chứng minh).

b) Chứng minh: $\Delta ABC \backsim \Delta AED$

Ta có: $AD.AB = AE.AC$ (chứng minh trên).

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AC}{AD}$

Xét ΔABC và ΔAED, ta có:

$\left.\begin{array}{l}\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AC}{AD}\ (\text{chöùng minh treân}) \\ \widehat{BAC}\ \text{chung}\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC \backsim \Delta AED$ (c – g – c) (điều phải chứng minh).

c) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác $ADHE$.

Gọi O là trung điểm của BC

Xét ΔABC vuông tại A, ta có:

$AO = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$ (cm) (tính chất trung tuyến và cạnh huyền tam giác vuông).

Xét tứ giác $ADHE$, ta có:

$\widehat{ADH} = \widehat{AEH} = \widehat{DAE} = 90°$

$\Rightarrow$ Tứ giác $ADHE$ là hình chữ nhật (dấu hiệu nhận biết).

$\Rightarrow AH = DE$ (tính chất hình chữ nhật).

Ta có: $S_{ADHE} = AD.AE \le \dfrac{AD^2 + AE^2}{2} = \dfrac{DE^2}{2} = \dfrac{AH^2}{2} \le \dfrac{AO^2}{2} = \dfrac{5^2}{2} = \dfrac{25}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi $H \equiv O \Leftrightarrow HB = HC$

$\Leftrightarrow H$ là trung điểm của $BC \Leftrightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại A.

$\Rightarrow$ Diện tích $ADHE$ lớn nhất là: $S_{ADHE} = \dfrac{25}{2}$.

Câu 5: (0,5 điểm).

Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a \ge 1; b \ge 1$. Chứng minh $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \le ab$.

Lời giải

Do $a \ge 1;\ b \ge 1$ nên suy ra $\begin{cases} a-1 \ge 0 \\ b-1 \ge 0 \end{cases}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho hai số không âm ta được:

$(a-1)+1 \ge 2.\sqrt{(a-1).1} \Leftrightarrow a \ge 2.\sqrt{(a-1)} \Leftrightarrow ab \ge 2b\sqrt{(a-1)}$ (Do $b \ge 1 > 0$) (1).

$(b-1)+1 \ge 2.\sqrt{(b-1).1} \Leftrightarrow b \ge 2.\sqrt{(b-1)} \Leftrightarrow ab \ge 2a\sqrt{(b-1)}$ (Do $a \ge 1 > 0$) (2).

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được:

$2ab \ge 2b\sqrt{a-1} + 2a\sqrt{b-1} \Leftrightarrow ab \ge a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1}$.

Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a \ge 1 \\ b \ge 1 \\ a-1=1 \\ b-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2\ (TM) \\ b=2\ (TM) \end{cases}$.

Vậy $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \le ab, \forall a, b \ge 1$ (đpcm).

TRƯỜNG THCS THANH LIỆT

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

NĂM HỌC 2020 - 2021. MÔN: TOÁN 9

Bài 1: **(2điểm)** Tính giá trị của biểu thức:

a) $A=3\sqrt{8}-2\sqrt{18}+\sqrt{20}$

b) $B=\dfrac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

Bài 2: **(1,5 điểm)** Giải các phương trình

a) $\sqrt{2x-1}=4$

b) $\sqrt{4x^2-4x+1}=\sqrt{3}-1$

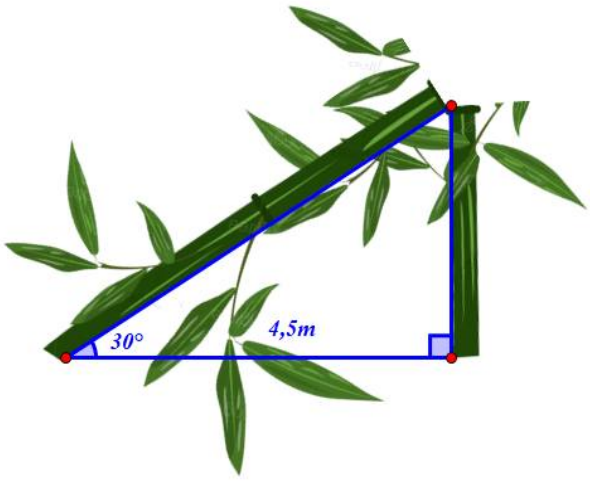
Bài 3: **(2 điểm)** Cho các biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{x-4\sqrt{x}-9}{9-x}$; $Q=\dfrac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0$, $x\ne 9$.

a) Tìm giá trị của Q biết $x=1$.

b) Chứng minh rằng: $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.

c) Đặt $M=P:Q$. Tìm giá trị của x để $\left|M\right|>\dfrac{1}{2}$.

Bài 4: **(1 điểm)** Một cây tre bị gẫy ngang thân, ngọn tre vừa chạm đất và tạo với mặt đất một góc $30°$ biết khoảng cách từ vị trí ngọn tre chạm đất tới gốc cây là $4,5m$. Tính chiều cao ban đầu của cây tre (làm tròn đến cm).



Bài 5: **(3 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A $(AB<AC)$. Đường cao AH $(H\in BC)$. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC.

a) Gỉa sử $HB = 3,6\,\text{cm}$, $HC = 6,4\,\text{cm}$. Tính độ dài HA, AC và góc B, góc C.

b) Chứng minh: $AM.AB = AN.AC$ và $HB.HC = AM.MB + AN.NC$.

c) Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với MN cắt BC tại K. Chứng minh rằng: K là trung điểm của đoạn thẳng BC.

Bài 6: **(0,5 điểm)** Giải phương trình sau

$$\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$$

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1: **(2điểm)** Tính giá trị của biểu thức:

a) $A=3\sqrt{8}-2\sqrt{18}+\sqrt{20}$

b) $B=\dfrac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

Lời giải

a) $A=3\sqrt{8}-2\sqrt{18}+\sqrt{20}$

$A=3.2\sqrt{2}-2.3\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

$A=6\sqrt{2}-6\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

$A=2\sqrt{5}$.

b) $B=\dfrac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

$B=\dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}-1}$

$B=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

Bài 2: **(1,5 điểm)** Giải các phương trình

a) $\sqrt{2x-1}=4$

b) $\sqrt{4x^2-4x+1}=\sqrt{3}-1$

Lời giải

a) $\sqrt{2x-1}=4$

Điều kiện: $2x-1\ge 0\Leftrightarrow x\ge\dfrac{1}{2}$.

$\sqrt{2x-1}=4$

$\Leftrightarrow 2x-1=16$

$\Leftrightarrow 2x=16+1$

$\Leftrightarrow 2x=17$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{17}{2}$ (thoả mãn)

Vậy $x=\dfrac{17}{2}$.

b) $\sqrt{4x^2-4x+1}=\sqrt{3}-1$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2}=\sqrt{3}-1$

$\Leftrightarrow |2x-1|=\sqrt{3}-1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1=\sqrt{3}-1 \\ 2x-1=-(\sqrt{3}-1) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\sqrt{3} \\ 2x-1=-\sqrt{3}+1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ x=\dfrac{-\sqrt{3}+2}{2} \end{array}\right.$

Vậy $x\in\left\{\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{-\sqrt{3}+2}{2}\right\}$

Bài 3: **(2 điểm)** Cho các biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{x-4\sqrt{x}-9}{9-x}$; $Q=\dfrac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0$, $x\ne 9$.

a) Tìm giá trị của Q biết $x=1$.

b) Chứng minh rằng: $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.

c) Đặt $M=P:Q$. Tìm giá trị của x để $|M|>\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

a) Khi $x=1$ (thoả mãn điều kiện) ta có $Q=\dfrac{\sqrt{1}+5}{3-\sqrt{1}}=\dfrac{6}{2}=3$.

b) Với $x\ge 0$, $x\ne 9$ ta có:

$P=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{x-4\sqrt{x}-9}{9-x}$

$=\dfrac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}+\dfrac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}-\dfrac{x-4\sqrt{x}-9}{x-9}$

$=\dfrac{x+\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}+\dfrac{x-2\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}-\dfrac{x-4\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$

$=\dfrac{x+\sqrt{x}-6+x-2\sqrt{x}-3-x+4\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$

$= \dfrac{x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$

$= \dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$

Vậy $P = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$

c) Ta có $M = P:Q = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}:\dfrac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.\dfrac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} = \dfrac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}.$

Vì $\sqrt{x} \ge 0 \ \ \forall x \ge 0,\ x \ne 9$; $\sqrt{x}+5 > 0 \ \ \forall x \ge 0,\ x \ne 9$ nên $M = \dfrac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} \le 0 \ \ \forall x \ge 0,\ x \ne 9$

$\Rightarrow |M| = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}.$

$\Rightarrow |M| > \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} > \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} - \dfrac{1}{2} > 0$

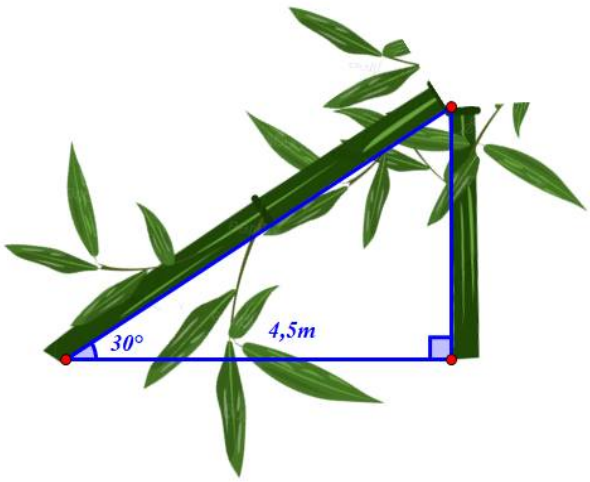
$\Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x}-\sqrt{x}-5}{2\left(\sqrt{x}+5\right)} > 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}-5 > 0$ (vì $2\left(\sqrt{x}+5\right) > 0 \ \ \forall x \ge 0,\ x \ne 9$)

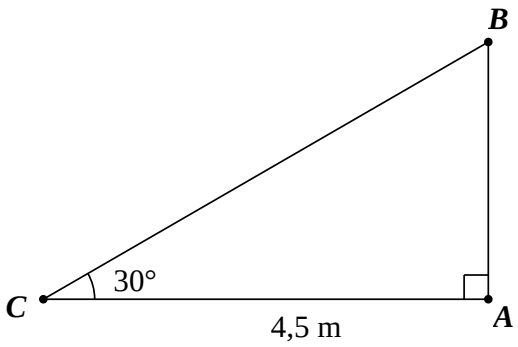
$\Leftrightarrow \sqrt{x} > 5 \Leftrightarrow x > 25$ (thỏa mãn).

Vậy $x > 25$ thì $|M| > \dfrac{1}{2}.$

Bài 4: **(1 điểm)** Một cây tre bị gẫy ngang thân, ngọn tre vừa chạm đất và tạo với mặt đất một góc $30°$ biết khoảng cách từ vị trí ngọn tre chạm đất tới gốc cây là $4,5m$. Tính chiều cao ban đầu của cây tre (làm tròn đến cm).



Lời giải



Gọi các điểm như trên hình vẽ, khi đó ta có chiều cao ban đầu của cây tre là $AB+BC$.

Trong tam giác vuông ABC có:

$$\tan C=\frac{AB}{AC}\Rightarrow AB=AC.\tan C=4,5.\tan 30^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{2}m.$$

$$\cos C=\frac{AC}{BC}\Rightarrow BC=\frac{AC}{\cos C}=\frac{4,5}{\cos 30^\circ}=3\sqrt{3}m.$$

Vậy chiều cao ban đầu của cây tre là $AB+BC=\frac{3\sqrt{3}}{2}+3\sqrt{3}=\frac{9\sqrt{3}}{2}\approx 7,79m=779cm$.

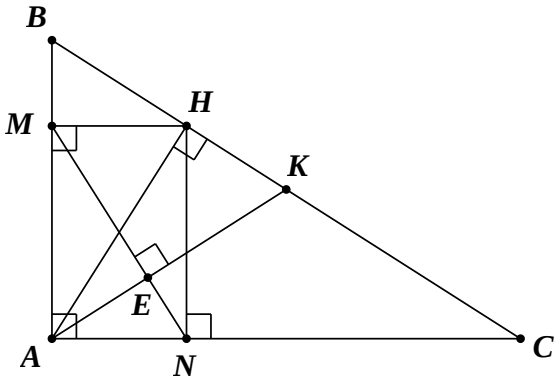
Bài 5: **(3 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A $(AB<AC)$. Đường cao AH $(H\in BC)$. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC.

a) Gỉa sử $HB=3,6\,\text{cm}$, $HC=6,4\,\text{cm}$. Tính độ dài HA, AC và góc B, góc C.

b) Chứng minh: $AM.AB=AN.AC$ và $HB.HC=AM.MB+AN.NC$.

c) Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với MN cắt BC tại K. Chứng minh rằng: K là trung điểm của đoạn BC.

Lời giải



a) Xét tam giác ABC vuông tại A có: AH là đường cao

$HA^2 = HB.HC = 3,6.6,4 \Rightarrow HA = 4,8$ (cm).

$AC^2 = HC.BC = 6,4.(3,6+6,4) \Rightarrow HC = 8$ (cm)

$\sin B = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{8}{10} \Rightarrow \widehat{B} \approx 53,13°$.

$\widehat{C} \approx 90° - 53,13° \approx 36,87°$.

b) Xét tam giác AHB vuông tại H, HM là đường cao $\Rightarrow HA^2 = AM.AB$ (1)

Xét tam giác AHC vuông tại H, HN là đường cao $\Rightarrow HA^2 = AN.AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AM.AB = AN.AC$

Xét tứ giác $ANHM$ có: $\widehat{A} = \widehat{M} = \widehat{N} = 90°$

$\Rightarrow ANHM$ là hình chữ nhật.

$\Rightarrow MN = AH \Rightarrow MN^2 = HB.HC$ (3)

Xét tam giác AHB vuông tại H, HM là đường cao ta có: $HM^2 = AM.BM$

Xét tam giác AHC vuông tại H, HN là đường cao ta có: $HN^2 = AN.CN$

Xét tam giác MHN vuông tại H có:

$MN^2 = HM^2 + HN^2 = AM.MB + AN.NC$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $HB.HC = AM.MB + AN.NC$.

c) Theo câu a) ta có $AM.AB = AN.AC \Rightarrow \dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AN}{AB}$.

Xét tam giác AMN và tam giác ACB có:

$$\begin{cases}\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{AN}{AB}\\ \hat{A}\quad \text{chung}\end{cases}\Rightarrow \Delta ABC\backsim\Delta ANM\Rightarrow\begin{cases}\widehat{AMN}=\widehat{ACB}\\ \widehat{ANM}=\widehat{ABC}\end{cases}$$

Mà $\widehat{KAC}=\widehat{AMN}$ (cùng phụ với góc $\widehat{ANM}$)$\Rightarrow\widehat{KAC}=\widehat{ACB}$

$\Rightarrow \Delta AKC$ cân tại $K\Rightarrow KA=KC\ (5)$.

Chứng minh tương tự ta có $\Rightarrow \Delta AKB$ cân tại $K\ \Rightarrow KA=KB\ (6)$.

Từ (5) và (6) suy ra $KB=KC$.

Bài 6: **(0,5 điểm)** Giải các phương trình

$$\frac{4}{x}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}=x+\sqrt{2x-\frac{5}{x}}$$

Lời giải

Cách 1: $\dfrac{4}{x}+\sqrt{x-\dfrac{1}{x}}=x+\sqrt{2x-\dfrac{5}{x}}$

Điều kiện: $\begin{cases}x\neq 0\\ x-\dfrac{1}{x}\geq 0\\ 2x-\dfrac{5}{x}\geq 0\end{cases}$

$$\frac{4}{x}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}=x+\sqrt{2x-\frac{5}{x}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{x}-x=\sqrt{2x-\frac{5}{x}}-\sqrt{x-\frac{1}{x}}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{x}-x\right).\left(\sqrt{2x-\frac{5}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)=\left(\sqrt{2x-\frac{5}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right).\left(\sqrt{2x-\frac{5}{x}}-\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{x}-x\right).\left(\sqrt{2x-\frac{5}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)=2x-\frac{5}{x}-x+\frac{1}{x}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{x}-x\right).\left(\sqrt{2x-\frac{5}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)=x-\frac{4}{x}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{x}-x\right).\left(\sqrt{2x-\frac{5}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)+\left(\frac{4}{x}-x\right)=0$$

$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{x}-x\right).\left(\sqrt{2x-\frac{5}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}+1\right)=0$

Mà $\sqrt{2x-\frac{5}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}+1>0$

$\Leftrightarrow \frac{4}{x}-x=0$

$\Leftrightarrow x^2=4$

$\Leftrightarrow x=\pm 2$

Thử lại điều kiện xác định $x=2$

Vậy $x=2$

Cách 2: $\frac{4}{x}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}=x+\sqrt{2x-\frac{5}{x}}\ (1)$

Đặt $a=\sqrt{x-\frac{1}{x}}\ (a\geq 0),\ b=\sqrt{2x-\frac{5}{x}}\ (b\geq 0)$

Ta có: $a^2-b^2=x-\frac{1}{x}-2x+\frac{5}{x}=\frac{4}{x}-x$

Do đó $(1)\Leftrightarrow a^2-b^2+a-b=0\Leftrightarrow (a-b).(a+b)+(a-b)=0\Leftrightarrow (a-b).(a+b+1)=0$

$a\geq 0,\ b\geq 0\Rightarrow a+b+1>0\Rightarrow a-b=0\Rightarrow a=b$

$\Rightarrow \sqrt{x-\frac{1}{x}}=\sqrt{2x-\frac{5}{x}}\Leftrightarrow x-\frac{1}{x}=2x-\frac{5}{x}\Leftrightarrow x-\frac{4}{x}=0$

$\Leftrightarrow x^2-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2(\text{thoả mãn}) \\ x=-2(\text{loại}) \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm $x=2$.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH
ĐỀ KIỂM GIỮA HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

I. TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm)

Chọn phương án trả lời đúng trong các câu sau:

Câu 1: Khi $x=16$ thì giá trị $\sqrt{x}+1$ là:

A. 17. **B.** 5. **C.** -3. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 2: Căn bậc hai số học của 9 là:

A. -3. **B.** 3. **C.** ± 3. **D.** 81.

Câu 3: Biểu thức $\sqrt{x-1}$ xác định khi:

A. $x>1$. **B.** $x<1$. **C.** $x\le 1$. **D.** $x\ge 1$.

Câu 4: Biểu thức $\sqrt{9a^2b^4}$ bằng:

A. $3ab^2$. **B.** $-3ab^2$. **C.** $3|a|b^2$. **D.** $9a|b^2|$.

Câu 5: Giá trị của biểu thức $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}+2+\sqrt{5}$ bằng:

A. 4. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 0. **D.** $2\sqrt{5}+4$.

Câu 6: Cho $\alpha=32°$; $\beta=58°$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin\alpha=\sin\beta$. **B.** $\sin\alpha=cos\beta$. **C.** $\tan\alpha=\tan\beta$. **D.** $\cos\alpha=\sin\alpha$.

Câu 7: Cho ΔABC vuông tại A, biết $BC=10cm$; $\widehat{B}=30°$. Khi đó độ dài cạnh AC bằng:

A. $5cm$. **B.** $5\sqrt{3}cm$. **C.** $10\sqrt{3}cm$. **D.** $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm.

Câu 8: Nếu $\sqrt{a+42}-\sqrt{a-42}=4$ thì $\sqrt{a+42}+\sqrt{a-42}$ bằng:

A. 42. **B.** 20. **C.** 22. **D.** 21.

II. TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu 9: **(3,0 điểm)**

a) So sánh $3\sqrt{5}$ và $5\sqrt{3}$

b) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{8}+\sqrt{50}-\sqrt{32}$

c) Rút gọn biểu thức $P=\left(\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+1\right):\left(\frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-1\right)$ (với $x>0$; $x\ne 1$)

Câu 10: **(2,5 điểm)** Cho hình chữ nhật $ABCD$. Kẻ AH vuông góc với BD tại H. Đường thẳng AH cắt BC tại M và cắt DC tại N.

a) Cho $AB=6\,\text{cm}$, $BC=8\,\text{cm}$, tính độ dài đoạn thẳng BD, AH.

b) Chứng minh: $HN.BH.BD=AH^2.AN$

Câu 11: **(0,5 điểm)** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S=\sqrt{x^2+2x+1}+\sqrt{x^2-2x+1}$

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH

ĐỀ KIỂM GIỮA HỌC KÌ I

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

BẢNG TRẢ LỜI

B	B	D	C	B	B	A	D

Câu 1: Khi $x=16$ thì giá trị $\sqrt{x}+1$ là:

A. 17. **B.** 5. **C.** -3. **D.** $\sqrt{17}$.

Chọn đáp án B

Thay $x=16$ vào $\sqrt{x}+1$, ta có:

$\sqrt{x}+1=\sqrt{16}+1=4+1=5$.

Câu 2: Căn bậc hai số học của 9 là:

A. -3. **B.** 3. **C.** ± 3. **D.** 81.

Chọn đáp án B

Căn bậc hai số học của 9 là: 3.

Câu 3: Biểu thức $\sqrt{x-1}$ xác định khi:

A. $x>1$. **B.** $x<1$. **C.** $x\le 1$. **D.** $x\ge 1$.

Chọn đáp án D

Biểu thức xác định khi: $x-1\ge 0\Leftrightarrow x\ge 1$.

Câu 4: Biểu thức $\sqrt{9a^2b^4}$ bằng:

A. $3ab^2$. **B.** $-3ab^2$. **C.** $3|a|b^2$. **D.** $9a|b^2|$.

Chọn đáp án C

Biểu thức $\sqrt{9a^2b^4}=|3ab^2|=3|a|b^2$.

Câu 5: Giá trị của biểu thức $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}+2+\sqrt{5}$ bằng:

A. 4. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 0. **D.** $2\sqrt{5}+4$.

Chọn đáp án B

Giá trị của biểu thức $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}+2+\sqrt{5}=|2-\sqrt{5}|+2+\sqrt{5}=\sqrt{5}-2+2+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$.

Câu 6: Cho $\alpha=32°$; $\beta=58°$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin\alpha=\sin\beta$. **B.** $\sin\alpha=\cos\beta$. **C.** $\tan\alpha=\tan\beta$. **D.** $\cos\alpha=\sin\alpha$.

Chọn đáp án B

$\alpha+\beta=32^0+58^0=90^0\Rightarrow\sin\alpha=\cos\beta$.

Câu 7: Cho ΔABC vuông tại A, biết $BC=10cm$; $\hat{B}=30°$. Khi đó độ dài cạnh AC bằng:

A. $5cm$. **B.** $5\sqrt{3}cm$. **C.** $10\sqrt{3}cm$. **D.** $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm.

Chọn đáp án A

$\sin \hat{B} = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow \sin 30^0 = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{AC}{10} \Rightarrow AC = 5cm$.

Câu 8: Nếu $\sqrt{a+42} - \sqrt{a-42} = 4$ thì $\sqrt{a+42} + \sqrt{a-42}$ bằng:

A. 42. **B.** 20. **C.** 22. **D.** 21.

Chọn đáp án D

Điều kiện: $a \geq 42$.

Với $a \geq 42$ ta có $\sqrt{a+42} + \sqrt{a-42} > 0$.

Khi đó ta có: $\sqrt{a+42} - \sqrt{a-42} = 4$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{a+42} - \sqrt{a-42}\right)\left(\sqrt{a+42} + \sqrt{a-42}\right) = 4\left(\sqrt{a+42} + \sqrt{a-42}\right)$

$\Leftrightarrow a+42-a+42 = 4\left(\sqrt{a+42} + \sqrt{a-42}\right)$

$\Leftrightarrow 4\left(\sqrt{a+42} + \sqrt{a-42}\right) = 84$

$\Leftrightarrow \sqrt{a+42} + \sqrt{a-42} = 21$.

II. TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu 9: (3,0 điểm)

a) So sánh $3\sqrt{5}$ và $5\sqrt{3}$

b) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{32}$

c) Rút gọn biểu thức $P = \left(\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + 1\right) : \left(\dfrac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - 1\right)$ (với $x > 0$; $x \neq 1$)

Lời giải

a) Ta có $\begin{cases} \left(3\sqrt{5}\right)^2 = 45 \\ \left(5\sqrt{3}\right)^2 = 75 \end{cases}$

Vì $45 < 75$ nên $\sqrt{45} < \sqrt{75} \Leftrightarrow 3\sqrt{5} < 5\sqrt{3}$

b) $A = \sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{32}$

$A = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$

$A = 3\sqrt{2}$

c) $P = \left(\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + 1\right) : \left(\dfrac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - 1\right)$ (với $x > 0$; $x \neq 1$)

$P = \left(\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}-1} + 1\right) : \left(\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}+2} - 1\right)$

$P = \left(\sqrt{x}+1\right) : \left(\sqrt{x}-1\right)$

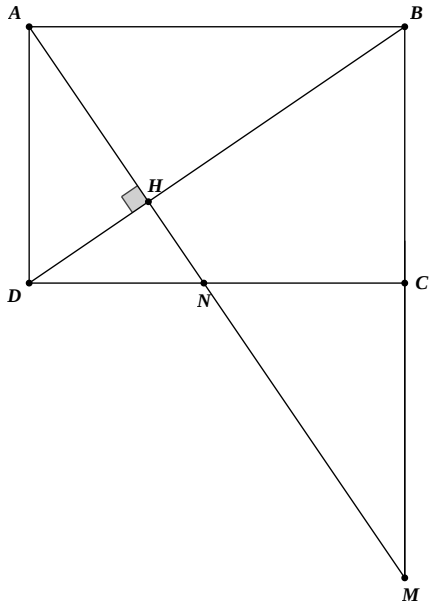
$P = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

Câu 10: **(2,5 điểm)** Cho hình chữ nhật $ABCD$. Kẻ AH vuông góc với BD tại H. Đường thẳng AH cắt BC tại M và cắt DC tại N.

a) Cho $AB = 6\,\text{cm}$, $BC = 8\,\text{cm}$, tính độ dài đoạn thẳng BD, AH.

b) Chứng minh: $HN.BH.BD = AH^2.AN$

Lời giải



a) Vì tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow \begin{cases} CD = AB \\ \widehat{BCD} = 90^\circ \\ \widehat{BAD} = 90^\circ \end{cases}$$

$\Rightarrow CD = 8\,\text{cm}$

Xét tam giác BCD vuông tại C

$\Rightarrow BC^2 + CD^2 = BD^2$ (định lý Pitago)

$\Leftrightarrow 8^2 + 6^2 = BD^2 \Rightarrow BD = 10$ (cm).

Xét tam giác ABD vuông tại A, đường cao AH

$\Rightarrow AH.BD = AD.AB$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow AH.10 = 8.6 \Rightarrow AH = 4,8$ (cm).

b) $\widehat{AHB} = \widehat{NHD} = 90^\circ$; $\widehat{HAB} = \widehat{HND}$ (hai góc so le trong của $AB // DN$)

$\Rightarrow \Delta HAB \backsim \Delta HND$ (g – g)

$\Rightarrow HA.HD = HN.HB$

+) ΔADN vuông tại $D \Rightarrow AN.AH = AD^2$

+) ΔADB vuông tại $A \Rightarrow AD^2 = HD.BD$

$\Rightarrow (AN.AH).AH^2 = AD^2.AH^2$

$= HD.BD.AH^2 = (AH.HD).(BD.AH) = (HN.HB).(BD.AH)$

$\Leftrightarrow AN.AH.AH^2 = HN.HB.BD.AH$

$\Leftrightarrow AN.AH^2 = HN.HB.BD$

Câu 11: **(0,5 điểm)** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = \sqrt{x^2+2x+1} + \sqrt{x^2-2x+1}$

Lời giải

Đầu tiên ta chứng minh bất đẳng thức $|x|+|y| \ge |x+y|$ (với $\forall x,\ y$)

Ta có $|xy| \ge xy$

$\Leftrightarrow x^2 + 2|xy| + y^2 \ge x^2 + 2xy + y^2$

$\Leftrightarrow (|x|+|y|)^2 \ge (x+y)^2$

$\Leftrightarrow |x|+|y| \ge |x+y|$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $xy \ge 0$.

Ta có:

$S = \sqrt{x^2+2x+1} + \sqrt{x^2-2x+1}$

$S = \sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{(1-x)^2}$

$S = |x+1| + |1-x|$

$S = |x+1| + |1-x| \ge |x+1+1-x| = |2| = 2$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow (x+1)(1-x) \ge 0 \Leftrightarrow -1 \le x \le 1$

Vậy $\min S = 2 \Leftrightarrow -1 \le x \le 1$

HẾT

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN NAM TỪ LIÊM

TRƯỜNG THCS MỸ ĐÌNH 2

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

Câu 1. ***(2,0 điểm)***. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{18}-2\sqrt{50}+3\sqrt{8}$.

b) $\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)^2+\sqrt{84}$.

Câu 2. ***(2,0 điểm)***

Giải phương trình

a) $\sqrt{x^2-10x+25}=6$.

b) $\sqrt{2x-1}+\frac{3}{2}\sqrt{8x-4}-\frac{2}{5}\sqrt{50x-25}-4=0$.

c) $x-\sqrt{x+1}=-\frac{5}{4}$.

Câu 3. ***(2,0 điểm)***. Cho hai biểu thức

$$A=\frac{4\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} \text{ và } B=\frac{x-\sqrt{x}+12}{x-9}-\frac{3}{\sqrt{x}-3}\left(x\ge 0;x\ne 9\right).$$

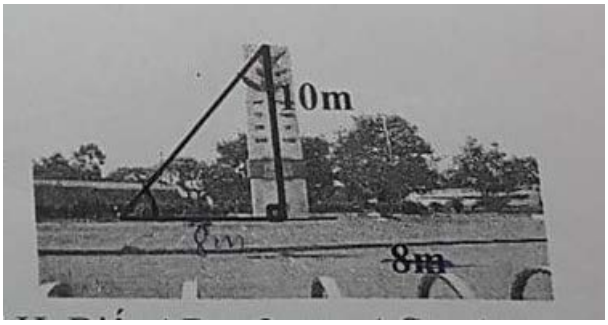
a) Tính giá trị của A tại $x=36$.

b) Chứng tỏ $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm các giá trị của x để $B<\frac{1}{5}$.

d) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của x để $M=A:B$ có giá trị nguyên.

Câu 4. 1) ***(0,5 điểm)*** Tượng đài "Ba mũi tên đồng" – tượng đài chiến thắng Ngọc Hồi (Ngọc Hồi – Thanh Trì – Hà Nội) cao 10 m. Vào thời điểm trong ngày bóng của tượng đài trên mặt đất dài 8 m. Hỏi lúc đó góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là bao nhiêu?



2) ***(3,0 điểm)*** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB=3\text{cm}$, $AC=4\text{cm}$.

a) Tính độ dài các đoạn thẳng AH, CH.

b) Vẽ đường thẳng d vuông góc với AC tại C, d cắt AH tại D. Kẻ BE vuông góc với CD tại E. Tính góc $\widehat{DAC}$? Diện tích tam giác BCD?

c) Chứng minh: $AC^2 = AB.CD$.

d) Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại I cắt BD tại K. So sánh HI và HK?

Câu 5. (0,5 điểm)Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$B = \sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-3+2\sqrt{x-4}}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I - TOÁN 9
TRƯỜNG THCS MỸ ĐÌNH 2
Năm học: 2019-2020

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. ***(2,0 điểm)***. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{18} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$.

b) $\left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right)^2 + \sqrt{84}$.

Lời giải

a) $\sqrt{18} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$.

$= \sqrt{2.3^2} - 2\sqrt{2.5^2} + 3\sqrt{2.2^2}$

$= 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

$= -\sqrt{2}$.

b) $\left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right)^2 + \sqrt{84}$

$= 7 - 2\sqrt{21} + 3 + 2\sqrt{21} = 10$.

Câu 2. ***(2,0 điểm)***

Giải phương trình

a) $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 6$.

b) $\sqrt{2x-1} + \frac{3}{2}\sqrt{8x-4} - \frac{2}{5}\sqrt{50x-25} - 4 = 0$.

c) $x - \sqrt{x+1} = -\frac{5}{4}$.

Lời giải

a) $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 6$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-5)^2}=6 \Leftrightarrow |x-5|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-5=6 \\ x-5=-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=11 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S=\{-1;11\}$.

b) $\sqrt{2x-1}+\frac{3}{2}\sqrt{8x-4}-\frac{2}{5}\sqrt{50x-25}-4=0$

ĐKXĐ: $x \geq \frac{1}{2}$.

PT tương đương: $\sqrt{2x-1}+\frac{3}{2}\sqrt{4(2x-1)}-\frac{2}{5}\sqrt{25(2x-1)}-4=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x-1}+3\sqrt{2x-1}-2\sqrt{2x-1}=4$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x-1}=2 \Leftrightarrow 2x-1=4 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}(tmdk)$.

KL: vậy nghiệm của pt là $x=\frac{5}{2}$.

c) $x-\sqrt{x+1}=-\frac{5}{4}$. ĐKXĐ: $x \geq -1$.

$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=x+\frac{5}{4} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+\frac{5}{4} \geq 0 \\ x+1=\left(x+\frac{5}{4}\right)^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \geq -\frac{5}{4} \\ 16x^2+24x+9=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \geq -\frac{5}{4} \\ (4x+3)^2=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \geq -\frac{5}{4} \\ 4x+3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \geq -\frac{5}{4} \\ x=-\frac{3}{4} \end{array}\right. \Rightarrow x=\frac{-3}{4}(tmdk)$

Vậy pt có nghiệm là $x=-\frac{3}{4}$.

Câu 3. ***(2,0 điểm)***. Cho hai biểu thức

$A=\frac{4\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ và $B=\frac{x-\sqrt{x}+12}{x-9}-\frac{3}{\sqrt{x}-3}(x \geq 0; x \neq 9)$.

a) Tính giá trị của A tại $x=36$.

b) Chứng tỏ $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm các giá trị của x để $B<\frac{1}{5}$.

d) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của x để $M=A:B$ có giá trị nguyên.

Lời giải

a) Thay $x=36$ (thỏa mãn điều kiện) vào A ta được

$$A=\frac{4\sqrt{36}+1}{\sqrt{36}+3}=\frac{25}{9}.$$

Vậy khi $x=36$ thì $A=\frac{25}{9}$.

b) Rút gọn $B=\frac{x-\sqrt{x}+12}{x-9}-\frac{3}{\sqrt{x}-3}\left(x\ge 0;x\ne 9\right)$

$$B=\frac{x-\sqrt{x}+12}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}-\frac{3\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}\left(x\ge 0;x\ne 9\right)$$

$$B=\frac{x-\sqrt{x}+12-3\sqrt{x}-9}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$$ (đpcm).

c) Tìm các giá trị của x để $B<\frac{1}{5}$

Ta có: $B<\frac{1}{5}$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}<\frac{1}{5}\ \left(x\ge 0;x\ne 9\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}-\frac{1}{5}<0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5\sqrt{x}-5}{5\left(\sqrt{x}+3\right)}-\frac{\sqrt{x}+3}{5\left(\sqrt{x}+3\right)}<0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4\sqrt{x}-8}{5\left(\sqrt{x}+3\right)}<0$$

Ta có $\begin{cases} x \ge 0 \\ x \ne 9 \end{cases} \Rightarrow 5\left(\sqrt{x}+3\right) > 0$.

Để $\dfrac{4\sqrt{x}-8}{5\left(\sqrt{x}+3\right)} < 0 \Leftrightarrow 4\sqrt{x}-8 < 0 \Leftrightarrow x < 4$.

Kết hợp ĐK ta được $0 \le x < 4$.

d) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của x để $M = A:B$ có giá trị nguyên

$$M = A:B = \frac{4\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} = \frac{4\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 4 + \frac{5}{\sqrt{x}-1} \left(x \ge 0; x \ne 9; x \ne 1\right)$$

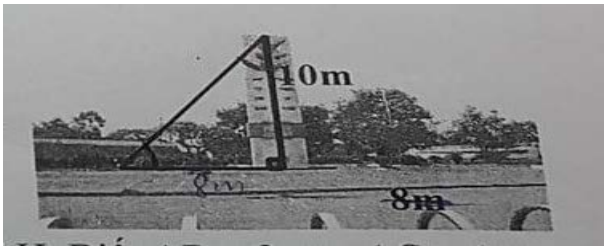
$$M \in Z \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x}-1} \in Z \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 \in \{1;-1;5;-5\}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} \in \{2;0;6;-4\}$$

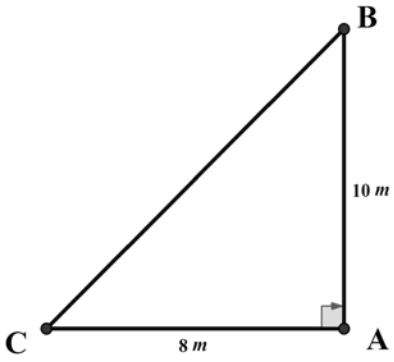
$$\Leftrightarrow x \in \{4;0;36\}.$$

Vậy $x = 0;4;36$

Câu 4. 1) ***(0,5 điểm)*** Tượng đài "Ba mũi tên đồng" – tượng đài chiến thắng Ngọc Hồi (Ngọc Hồi – Thanh Trì – Hà Nội) cao 10 m. Vào thời điểm trong ngày bóng của tượng đài trên mặt đất dài 8m. Hỏi lúc đó góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là bao nhiêu?



Lời giải



Gọi góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là góc $\widehat{BCA}$

Xét tam giác vuông ABC vuông tại A có:

$$\tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{AC} = \frac{10}{8} \Rightarrow \widehat{BCA} = 51°20'$$

Vậy góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là $51°20'$

2) ***(3,0 điểm)*** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài các đoạn thẳng AH, CH.

b) Vẽ đường thẳng d vuông góc với AC tại C, d cắt AH tại D. Kẻ BE vuông góc với CD tại E. Tính góc $\widehat{DAC}$? Diện tích tam giác BCD?

c) Chứng minh: $AC^2 = AB.CD$

d) Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại I cắt BD tại K. So sánh HI và HK?

Lời giải

a)

Xét tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH, áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

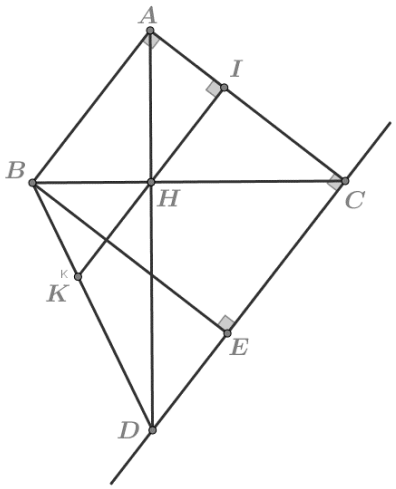
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AH = \frac{AB.AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{3.4}{\sqrt{9+16}} = 2,4\text{cm}$$

Xét tam giác AHC vuông tại H có:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{4^2 - 2,4^2} = 3,2\text{cm}$$

b)

Xét tam giác AHC vuông tại H có:



$$\sin\widehat{HAC} = \frac{HC}{AC} = \frac{3,2}{4} \Rightarrow \widehat{HAC} = 53°7' \Rightarrow \widehat{DAC} = 53°7'$$

Xét tam giác DAC vuông tại C có:

$$\tan\widehat{DAC} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow CD = AC.\tan\widehat{DAC} = 4.\tan\widehat{HAC} = 4.\frac{HC}{AH} = 4.\frac{3,2}{2,4} = \frac{16}{3}(\text{cm})$$

Xét tứ giác $ABEC$ có: $\widehat{A}=\widehat{C}=\widehat{E}=90°$

$\Rightarrow$ tứ giác $ABEC$ là hình chữ nhật

$\Rightarrow BE=AC=4\,\text{cm}$.

Vậy: $S_{\Delta BCD}=\frac{1}{2}BE.CD=\frac{1}{2}.4.\frac{16}{3}=10,7\ \left(\text{cm}^2\right)$.

c) Chứng minh: $AC^2=AB.CD$

Xét ΔBAC và ΔACD có:

$\widehat{BAC}=\widehat{ACD}=90°$ và $\widehat{ADC}=\widehat{ACB}$ (cùng phụ với $\widehat{DCB}$)

$\Rightarrow \Delta BAC \square \Delta ACD(g-g) \Rightarrow \frac{AC}{CD}=\frac{AB}{AC} \Rightarrow AC^2=AB.CD$

Vậy: $AC^2=AB.CD$.

d) So sánh HI và HK ?

Ta có: $\left.\begin{array}{l} KI\perp AC\ (gt) \\ AB\perp AC\ (gt) \end{array}\right\} \Rightarrow KI//AB$.

Chứng minh tương tự ta có : $KI//CD$.

Do đó: $KI//AB//CD$.

Trong tam giác ACD, có: $HI//CD \Rightarrow \frac{HI}{CD}=\frac{AH}{AD}$ (định lý talét trong tam giác) (1)

Trong tam giác ABD, có: $HK//AB \Rightarrow \frac{AH}{AD}=\frac{BK}{BD}$ (định lý talét trong tam giác) (2)

Trong tam giác BCD, có: $HK//CD \Rightarrow \frac{BK}{BD}=\frac{KH}{CD}$ (định lý talét trong tam giác) (3)

Từ (1) ,(2) và (3) ta suy ra: $\frac{HI}{CD}=\frac{HK}{CD} \Rightarrow IH=IK$.

Vậy: $IH=IK$.

Câu 5. (0,5 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$B=\sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-3+2\sqrt{x-4}}$.

Lời giải

$B=\sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-3+2\sqrt{x-4}}$

$=\sqrt{x-4-2\sqrt{x-4}+1}+\sqrt{x-4+2\sqrt{x-4}+1}$

$=\sqrt{\left(\sqrt{x-4}-1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{x-4}+1\right)^2}$

$= \left|\sqrt{x-4}-1\right| + \left|\sqrt{x-4}+1\right|$

$= \left|1-\sqrt{x-4}\right| + \left|\sqrt{x-4}+1\right| \geq \left|1-\sqrt{x-4}+\sqrt{x-4}+1\right| = 2$

Vậy $Min\ B = 2$. Dấu "=" xảy ra khi $\left(1-\sqrt{x-4}\right)\left(\sqrt{x-4}+1\right) \geq 0 \Leftrightarrow 4 \leq x \leq 5$.

ଓ HẾT ଌ

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN CẦU GIẤY
TRƯỜNG THCS NAM TRUNG YÊN
ĐỀ KIỂM GIỮA HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

Bài 1: **(1,5 điểm)** Thực hiện phép tính:

a) $5\sqrt{4}+3\sqrt{25}-\sqrt{64}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{8}+2\sqrt{\frac{1}{2}}-3\sqrt{2}$

c) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}+\frac{5\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}$

Bài 2: **(3 điểm)** Cho biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}}$ và $B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}-\frac{x-4\sqrt{x}-9}{x-9}$ với $x\geq 0$, $x\neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

b) Chứng minh rằng $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.

c) Tìm x để $\frac{B}{A}>\frac{-1}{2}$.

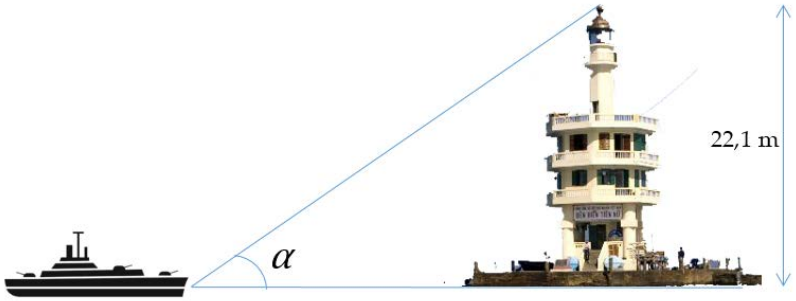
Bài 3: **(1,5 điểm)** Giải phương trình:

a) $\frac{1}{3}\sqrt{9x-9}-2\sqrt{x-1}+8\sqrt{\frac{4x-4}{25}}=11$

b) $2x-5\sqrt{x}+3=0$

Bài 4: **(3,5 điểm)**

1) Ngọn hải đăng Tiên Nữ cao $22,1\text{m}$ được xây dựng năm 2000 tại đảo Tiên Nữ thuộc quần đảo Trường Sa, huyện Trường Sa, tỉnh Khánh Hòa. Ngoài nhiệm vụ đảm bảo an toàn hàng hải trong khu vực quần đảo, ngọn hải đăng này còn là cột mốc chủ quyền của Tổ quốc trên Biển Đông. Một con tàu nhìn thấy ngọn hải đăng Tiên Nữ theo một góc là $\alpha=1°15'$. Hỏi tàu cách ngọn hải đăng bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)



2) Cho ΔABC vuông tại A và có đường cao AH

a) Khi $AH=12\,\text{cm}$, $AB=15\,\text{cm}$. Tính chu vi ΔABC và số đo $\widehat{BAH}$ (làm tròn đến phút)

b) Gọi D, E lần lượt là các hình chiếu của H trên các cạnh AB, AC.
Chứng minh $HB.HC=AE.AC=AD.AB$

c) Chứng minh $BC=AB.\cos B+AC.\cos C$

Bài 5: **(0,5 điểm)** Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{\sqrt{1.2020}}+\frac{1}{\sqrt{2.2019}}+\frac{1}{\sqrt{3.2018}}+...+\frac{1}{\sqrt{2020.1}}>\frac{4040}{2021}$$

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 6: **(1,5 điểm)** Thực hiện phép tính:

a) $5\sqrt{4}+3\sqrt{25}-\sqrt{64}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{8}+2\sqrt{\frac{1}{2}}-3\sqrt{2}$

c) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}+\frac{5\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}$

Lời giải:

a) $5\sqrt{4}+3\sqrt{25}-\sqrt{64}=5.2+3.5-8=10+15-8=17$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{8}+2\sqrt{\frac{1}{2}}-3\sqrt{2}=\frac{1}{2}.\sqrt{2^2.2}+2.\frac{\sqrt{2}}{2}-3\sqrt{2}=\sqrt{2}+\sqrt{2}-3\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

c) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}+\frac{5\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}=\left|\sqrt{3}-2\right|+\frac{\sqrt{3}\left(5-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}+5-\sqrt{3}=7-2\sqrt{3}$

Bài 7: **(3 điểm)** Cho biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}}$ và $B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}-\frac{x-4\sqrt{x}-9}{x-9}$ với $x\ge 0$, $x\ne 9$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

b) Chứng minh rằng $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.

c) Tìm x để $\frac{B}{A}>\frac{-1}{2}$.

Lời giải

a) Thay $x=16$ thỏa mãn điều kiện xác định vào biểu thức A ta được:

$A=\frac{\sqrt{16}+5}{3-\sqrt{16}}=-9$.

Vậy $A=-9$ khi $x=16$.

b) $B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}-\frac{x-4\sqrt{x}-9}{x-9}$

$B=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}+\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}-\frac{x-4\sqrt{x}-9}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$

$B=\frac{x+\sqrt{x}-6+x-2\sqrt{x}-3-x+4\sqrt{x}+9}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$

$$B=\frac{x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0$ và $x\ne 9$

c) Tìm x để $\frac{B}{A}>\frac{-1}{2}$.

Ta có: $\frac{B}{A}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}:\frac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}}=\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}$

$$\frac{B}{A}>\frac{-1}{2}\Leftrightarrow\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}>\frac{-1}{2}$$

$$\Leftrightarrow\frac{-2\sqrt{x}+\sqrt{x}+5}{2\left(\sqrt{x}+5\right)}>0$$

$$\Leftrightarrow\frac{5-\sqrt{x}}{2\left(\sqrt{x}+5\right)}>0$$

Mà với mọi $x\ge 0$, $x\ne 9\Rightarrow 2\left(\sqrt{x}+5\right)>0$ nên $5-\sqrt{x}>0\Leftrightarrow x<25$.

Kết hợp điều kiện, khi đó $0\le x<25$; $x\ne 9$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 8: **(1,5 điểm)** Giải phương trình:

a) $\frac{1}{3}\sqrt{9x-9}-2\sqrt{x-1}+8\sqrt{\frac{4x-4}{25}}=11$ b) $2x-5\sqrt{x}+3=0$

Lời giải

a) $\frac{1}{3}\sqrt{9x-9}-2\sqrt{x-1}+8\sqrt{\frac{4x-4}{25}}=11$

Điều kiện: $x\ge 1$.

$$\Leftrightarrow\sqrt{x-1}-2\sqrt{x-1}+\frac{8.2}{5}\sqrt{x-1}=11$$

$$\Leftrightarrow\frac{11}{5}\sqrt{x-1}=11$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{x-1}=5$$

$$\Leftrightarrow x-1=25$$

$\Leftrightarrow x=26$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy tập nghiệm phương trình $S=\{26\}$.

b) $2x-5\sqrt{x}+3=0$

Điều kiện: $x\ge 0$.

$\Leftrightarrow 2x-2\sqrt{x}-3\sqrt{x}+3=0$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)-3\left(\sqrt{x}-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)\left(2\sqrt{x}-3\right)=0$

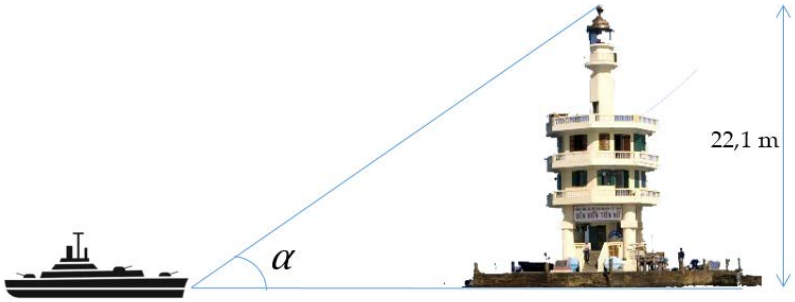
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-1=0\\2\sqrt{x}-3=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=1\\\sqrt{x}=\dfrac{3}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{9}{4}\end{array}\right.$.

Cả hai nghiệm trên đều thỏa mãn điều kiện.

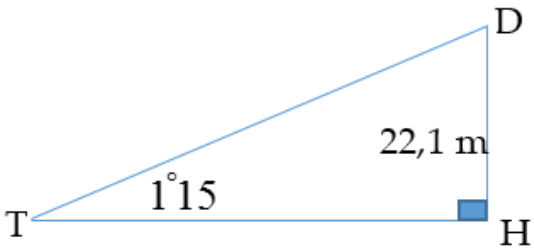
Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{1;\dfrac{9}{4}\right\}$.

Bài 9: (3,5 điểm)

1) Ngọn hải đăng Tiên Nữ cao $22,1\text{m}$ được xây dựng năm 2000 tại đảo Tiên Nữ thuộc quần đảo Trường Sa, huyện Trường Sa, tỉnh Khánh Hòa. Ngoài nhiệm vụ đảm bảo an toàn hàng hải trong khu vực quần đảo, ngọn hải đăng này còn là cột mốc chủ quyền của Tổ quốc trên Biển Đông. Một con tàu nhìn thấy ngọn hải đăng Tiên Nữ theo một góc là $\alpha=1°15'$. Hỏi tàu cách ngọn hải đăng bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)



Lời giải



1) Gọi vị trí của con tàu là T, chân ngọn hải đăng là H, đỉnh của ngọn hải đăng là D.

Theo đề bài ta có ΔTDH vuông tại H và $HD=22,1\text{m}$

Do đó $\tan T=\dfrac{HD}{HT}$. Suy ra $HT=\dfrac{HD}{\tan T}=\dfrac{22,1}{\tan 1°15'}\approx 1012,8$ (m)

Vậy con tàu cách ngọn hải đăng là 1012,8 (m)

2) Cho ΔABC vuông tại A và có đường cao AH

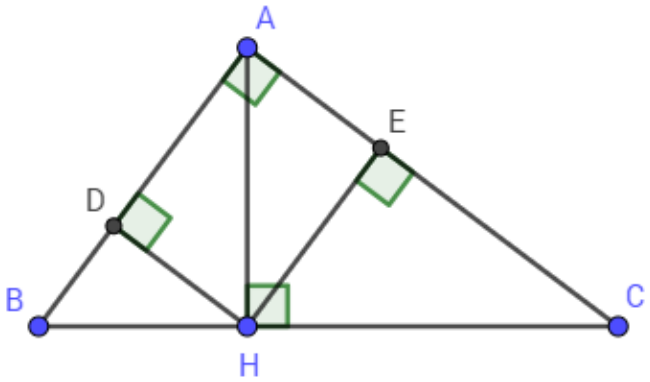
a) Khi $AH = 12\,\text{cm}$, $AB = 15\,\text{cm}$. Tính chu vi ΔABC và số đo $\widehat{BAH}$ (làm tròn đến phút)

b) Gọi D, E lần lượt là các hình chiếu của H trên các cạnh AB, AC.

Chứng minh $HB.HC = AE.AC = AD.AB$

c) Chứng minh $BC = AB.\cos B + AC.\cos C$

Lời giải



2a) Áp dụng hệ thức lượng với ΔABC vuông tại A và có đường cao AH ta được

$$\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{1}{AH^2}$$

$$\frac{1}{15^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{1}{12^2}$$

$$\frac{1}{AC^2}=\frac{1}{12^2}-\frac{1}{15^2}=\frac{1}{144}-\frac{1}{225}=\frac{1}{400}=\frac{1}{20^2}$$

$\Rightarrow AC = 20$ (cm)

Do đó theo định lý Pytago $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 15^2 + 20^2 = 625 = 25^2 \Rightarrow BC = 25$ (cm)

Vậy ΔABC có chu vi $15 + 20 + 25 = 60$ (cm) và

$$\cos BAH = \frac{AH}{AB} = \frac{12}{15} = 0,8 \Rightarrow \widehat{BAH} \approx 36^\circ 52'$$

2b) Áp dụng hệ thức lượng với ΔABC vuông tại A và có đường cao AH ta được

$HB.HC = AH^2$

Áp dụng hệ thức lượng với ΔAHC vuông tại H và có đường cao HE ta được

$AE.AC = AH^2$

Áp dụng hệ thức lượng với ΔAHB vuông tại H và có đường cao HD ta được

$AD.AB = AH^2$

Vậy $HB.HC = AE.AC = AD.AB$

2c) Vì ΔAHC vuông tại H (giả thiết) nên $HC = AC.\cos C$

Mà ΔAHB vuông tại H (giả thiết) nên $HB = AB.\ \cos B$

Do đó $BC = AB.\cos B + AC.\cos C$ (điều phải chứng minh)

Bài 10: **(0,5 điểm)** Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{\sqrt{1.2020}}+\frac{1}{\sqrt{2.2019}}+\frac{1}{\sqrt{3.2018}}+...+\frac{1}{\sqrt{2020.1}}>\frac{4040}{2021}$$

Lời giải:

Ta dễ dàng chứng minh được: Với $a > 0$, $b > 0$ và $a \neq b$, ta có: $\frac{1}{\sqrt{ab}} > \frac{2}{a+b}$

Áp dụng bất đẳng thức trên ta có:

$$\frac{1}{\sqrt{1.2020}} > \frac{2}{1+2020}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2.2019}} > \frac{2}{2+2019}$$

….

$$\frac{1}{\sqrt{2020.1}} > \frac{2}{2020+1}$$

Cộng các bất đẳng thức trên vế với vế ta được:

$$\frac{1}{\sqrt{1.2020}} + \frac{1}{\sqrt{2.2019}} + \frac{1}{\sqrt{3.2018}} + ... + \frac{1}{\sqrt{2020.1}} > \frac{4040}{2021}$$

HẾT

TRƯỜNG THCS NGUYỄN DU
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ I
NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

Câu 1. Rút gọn biểu thức

a) $\left(6-5\sqrt{18}+2\sqrt{50}\right).\sqrt{2}-12\sqrt{\frac{1}{2}}$

b) $\frac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

Câu 2. Giải phương trình

a) $\sqrt{5x+1}=4$

b) $3\sqrt{2-x}-\sqrt{8-4x}+4\sqrt{\frac{18-9x}{4}}=14$

c) $\sqrt{4x^2-4x+1}+2=3x$

Câu 3. Cho hai biểu thức:

$A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}+\frac{4x}{x-4}$ và $B=\frac{4\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0$; $x\ne 4$

a) Tính giá trị của B tại $x=9$.

b) Chứng minh rằng: $A=\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

c) Cho $P=\frac{A}{B}$. So sánh P và $\sqrt{P}$.

Câu 4. Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài $6,2$ m. Tia nắng mặt trời chiếu qua đỉnh cột đèn tạo với mặt đất một góc $40°$. Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB<AC$. Kẻ đường cao AH. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H lên AB, AC.

a) Cho $BH=3,6$ cm, $CH=6,4$ cm. Tính AB, $\widehat{ACB}$ (góc làm tròn đến độ)

b) Chứng minh: $AD.AB=AE.AC$ và $\frac{AB^3}{BD}=\frac{AC^3}{CE}$

c) Giả sử diện tích của tam giác ABC gấp 2 lần diện tích của tứ giác $AEHD$. Chứng minh tam giác ABC vuông cân

Câu 6. Cho a, b, $c\ge 0$ thỏa mãn $a+b+c=1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=a\sqrt{a+2b}+b\sqrt{b+2c}+c\sqrt{c+2a}$.

HẾT

ĐÁP ÁN
ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT THÁNG 9
NĂM HỌC 2019-2020. MÔN: TOÁN 9
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Rút gọn biểu thức

a) $\left(6-5\sqrt{18}+2\sqrt{50}\right).\sqrt{2}-12\sqrt{\frac{1}{2}}$ b) $\frac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

Lời giải

a) $\left(6-5\sqrt{18}+2\sqrt{50}\right).\sqrt{2}-12\sqrt{\frac{1}{2}}$

$=\left(6-15\sqrt{2}-10\sqrt{2}\right).\sqrt{2}-12\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\left(6-25\sqrt{2}\right).\sqrt{2}-6\sqrt{2}$

$=-50$

b) $\frac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-2\right)}{\sqrt{5}-2}-\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}$

$=\sqrt{5}-\left(\sqrt{5}-1\right)$

$=1$

Câu 2. Giải phương trình

a) $\sqrt{5x+1}=4$

b) $3\sqrt{2-x}-\sqrt{8-4x}+4\sqrt{\frac{18-9x}{4}}=14$

c) $\sqrt{4x^2-4x+1}+2=3x$

Lời giải

a) $\sqrt{5x+1}=4\Leftrightarrow 5x+1=16\Leftrightarrow 5x=15\Leftrightarrow x=3$

Vậy phương trình trên có nghiệm là $x=3$

b) $3\sqrt{2-x}-\sqrt{8-4x}+4\sqrt{\frac{18-9x}{4}}=14$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{2-x}-2\sqrt{2-x}+6\sqrt{2-x}=14$

$\Leftrightarrow 7\sqrt{2-x}=14$

$\Leftrightarrow \sqrt{2-x}=2$

$\Leftrightarrow 2-x=4$

$\Leftrightarrow x=-2$

Vậy phương trình trên có nghiệm: $x=-2$

c) $\sqrt{4x^2-4x+1}+2=3x$ (Điều kiện: $x\ge\frac{2}{3}$)

$\Leftrightarrow\sqrt{(2x-1)^2}=3x-2$

$\Leftrightarrow|2x-1|=3x-2$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-1=3x-2\\2x-1=2-3x\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\quad(\text{nhận})\\x=\frac{3}{5}\quad(\text{loại})\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x=1$

Vậy phương trình trên có nghiệm là $x=1$

Câu 3. Cho hai biểu thức:

$A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}+\frac{4x}{x-4}$ và $B=\frac{4\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge0;\ x\ne4$

a) Tính giá trị của B tại $x=9$.

b) Chứng minh rằng: $A=\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

c) Cho $P=\frac{A}{B}$. So sánh P và $\sqrt{P}$.

Lời giải

a) Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện xác định) vào biểu thức B ta được:

$$B=\frac{4\left(\sqrt{9}+2\right)}{\sqrt{9}-2}=\frac{4(3+2)}{3-2}=\frac{4.5}{1}=20$$

Vậy $B=20$ tại $x=9$.

b) $A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}+\frac{4x}{x-4}=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{4x}{x-4}$

$=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{x-4}-\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{x-4}+\frac{4x}{x-4}=\frac{x+4\sqrt{x}+4-x+4\sqrt{x}-4+4x}{x-4}$

$=\frac{8\sqrt{x}+4x}{x-4}=\frac{4\sqrt{x}\left(2+\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

Vậy $A=\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

c) $P=\frac{A}{B}=\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}:\frac{4\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}-2}=\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}.\frac{\sqrt{x}-2}{4\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

Với $x \ge 0$; $x \ne 4$ thì $P \ge 0$

Xét $P^2 - P = P(P-1) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - 1\right) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\left(\frac{-2}{\sqrt{x}+2}\right)$

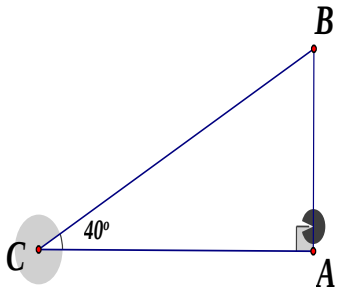
Vì $x \ge 0$; $x \ne 4$ thì $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \ge 0$, $\frac{-2}{\sqrt{x}+2} < 0$

$\Rightarrow P^2 - P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\left(\frac{-2}{\sqrt{x}+2}\right) \le 0$

$\Rightarrow P^2 \le P \Rightarrow P \le \sqrt{P}$

Câu 4. Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài $6,2$ m. Tia nắng mặt trời chiếu qua đỉnh cột đèn tạo với mặt đất một góc $40°$. Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải



Giả sử chiều cao của cột đèn là AB (m).

Khi đó bóng của cột đèn trên mặt đất là $AC = 6,2$ (m)

Tia nắng mặt trời chiếu qua đỉnh cột đèn tạo với mặt đất $\widehat{C} = 40°$

Khi đó ΔABC vuông tại A.

Xét ΔABC vuông tại A có: $AB = AC.\tan C = 6,2.\tan 40° \approx 6,2.0,839 \approx 5,2$ (m)

Vậy chiều cao của cột đèn là $5,2$ (m)

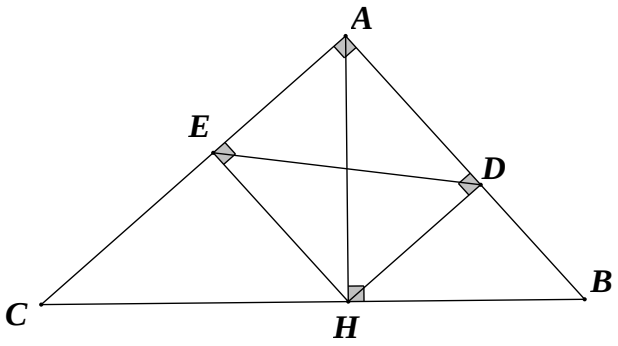
Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$. Kẻ đường cao AH. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H lên AB, AC.

a) Cho $BH = 3,6$ cm, $CH = 6,4$ cm. Tính AB, $\widehat{ACB}$ (góc làm tròn đến độ)

b) Chứng minh: $AD.AB = AE.AC$ và $\frac{AB^3}{BD} = \frac{AC^3}{CE}$

c) Giả sử diện tích của tam giác ABC gấp 2 lần diện tích của tứ giác $AEHD$. Chứng minh tam giác ABC vuông cân

Lời giải



a) $BC = BH + HC = 10$ cm

ΔABC vuông tại A (giả thiết), AH là đường cao có:

$+) AB^2 = HB.BC$

$\Rightarrow AB^2 = 3,6.10 = 36$

$\Rightarrow AB = 6$ cm

$+) \sin\widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 37^0$

b) ΔABH vuông tại H, đường cao DH có:

$+) AH^2 = AD.AB \quad (1)$

$+) HD^2 = AD.BD$

Chứng minh tương tự:

$+) AH^2 = AC.AE \quad (2)$

$+) HE^2 = AE.EC$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AD.AB = AC.AE$

Xét tứ giác $ADEH$ có:

$$\begin{cases} \widehat{DAE} = 90^\circ \\ \widehat{HDA} = 90^\circ \left(HD \perp AB\right) \\ \widehat{HEA} = 90^\circ \left(HE \perp AC\right) \end{cases}$$

Suy ra, Tứ giác $ADEH$ là hình chữ nhật $\left(DHNB\right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} AE = HD \\ AD = HE \end{cases}$$

Ta có $AD.AB = AC.AE$

Mà $AE = HD$; $AD = HE$

Suy ra $AB.HE = AC.HD$

$\Rightarrow AB.HE = AC.H\mathrm{D}$

$$\Rightarrow \frac{AB}{HD} = \frac{AC}{HE} \Rightarrow \frac{AB^2}{HD^2} = \frac{AC^2}{HE} \Rightarrow \frac{AB^2.AH^2}{HD^2} = \frac{AC^2.AH^2}{HE^2}$$

$$\Rightarrow \frac{AB^2.AD.AB}{AD.BD} = \frac{AC^2.AC.AE}{AE.EC} \Rightarrow \frac{AB^3}{BD} = \frac{AC^3}{CE}$$

c) $S_{ABC}=2S_{AEDH}\Rightarrow\frac{1}{2}AB.AC=2.AE.AD\Rightarrow AB.AC=4AE.AD$

Ta có: $HE//AB$ (cùng vuông góc với AC) $\Rightarrow\frac{EA}{AC}=\frac{BH}{BC}$

Chứng minh tương tự: $\frac{AD}{AB}=\frac{CH}{BC}=>\frac{AE}{AC}+\frac{AD}{AB}=\frac{BH+CH}{BC}=\frac{BC}{BC}=1$

Áp dụng bất đẳng thức cô si ta có: $\frac{AE}{AC}+\frac{AD}{AB}\ge 2\sqrt{\frac{AE.AD}{AB.AC}}=2\sqrt{\frac{AE.AD}{4AE.AD}}=2\sqrt{\frac{1}{4}}=1$

Mà: $\frac{EA}{AC}+\frac{AD}{AB}=1$

Dấu "=" xảy ra khi : $\frac{EA}{AC}=\frac{AD}{AB}=\frac{1}{2}$

Suy ra: E là trung điểm của AC và D là trung điểm của AB

Suy ra: H là trung điểm của CB. Suy ra AH là đường trung tuyến của tam giác ABC

Mà AH cũng là đường cao của tam giác ABC

Suy ra: Tam giác ABC cân tại A mà tam giác ABC vuông tại A

Suy ra: Tam giác ABC vuông cân tại A.

Cách 2:

$S_{\Delta ABC}=2S_{ADHE}\Rightarrow AB.AC=4AD.AE$

$\Rightarrow\frac{AD.AE}{AB.AC}=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow\frac{HC}{BC}.\frac{BH}{BC}=\frac{1}{4}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si có:

$\frac{HC}{BC}+\frac{HB}{BC}\ge 2\sqrt{\frac{HC.HB}{BC^2}}2.\sqrt{\frac{1}{4}}=1$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{HC}{BC}=\frac{BH}{BC}\Rightarrow HC=HB\Rightarrow H$ là trung điểm của BC

$\Rightarrow AH$ là đường trung tuyến của ΔABC

Mà AH là đường cao của ΔABC vuông tại A

$\Rightarrow\Delta ABC$ vuông cân tại A.

Câu 6. Cho a, b, $c\ge 0$ thỏa mãn $a+b+c=1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=a\sqrt{a+2b}+b\sqrt{b+2c}+c\sqrt{c+2a}$.

Lời giải

$P=\sqrt{a}\sqrt{a^2+2ab}+\sqrt{b}\sqrt{b^2+2bc}+\sqrt{c}\sqrt{c^2+2ac}$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhia-cốp-xki có:

$\sqrt{a}\sqrt{a^2+2ab}+\sqrt{b}\sqrt{b^2+2bc}+\sqrt{c}\sqrt{c^2+2ac}\le\sqrt{a+b+c}.\sqrt{a^2+2ab+b^2+2bc+c^2+2ac}$

$\Leftrightarrow P\le 1.\sqrt{(a+b+c)^2}$

$\Leftrightarrow P \le 1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=1 \\ \dfrac{a}{a^2+2ab}=\dfrac{b}{b^2+2bc}=\dfrac{c}{c^2+2ca} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=1 \\ \dfrac{1}{a+2b}=\dfrac{1}{b+2c}=\dfrac{1}{c+2a}=\dfrac{3}{3(a+b+c)}=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=1 \\ a+2b=b+2c=c+2a=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow a=b=c=\dfrac{1}{3}$ (thỏa mãn)

TRƯỜNG THCS TÂY SƠN
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 1 MÔN TOÁN 9
NĂM HỌC 2020-2021

ĐỀ 1

Câu 1. **(1,5 điểm)**

1) Thực hiện phép tính $\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}-3\sqrt{12}+\dfrac{5\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+4$

2) Giải phương trình sau:

a) $x-2\sqrt{x}=3$

b) $\sqrt{4x-8}-\dfrac{1}{3}\sqrt{9x-18}+\sqrt{x-2}=6$

Câu 2. **(2 điểm):** Cho hai biểu thức:

$$A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} \text{ và } B=\dfrac{2x+8\sqrt{x}}{x-4}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} \text{ với } x\ge 0;\ x\ne 4$$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

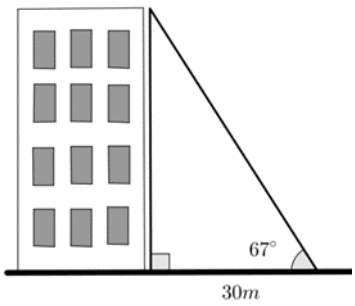
3) Tìm tất cả các giá trị của x để $P=\dfrac{B}{A}$ nhận giá trị nguyên.

Câu 3. **(2 điểm)** Cho hàm số: $y=2x-6$

1) Vẽ đồ thị của hàm số.

2) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đồ thị.

Câu 4. **(1 điểm)** Một tòa nhà có chiều cao $h\,(m)$. Khi tia nắng tạo với mặt đất một góc $67°$ thì bóng của tòa nhà trên mặt đất dài 30 m. Tính chiều cao h của tòa nhà.



Câu 5. **(3 điểm)** Cho ΔABC vuông tại A, đương cao AH,

1) Nếu $BH=3,6$ cm; $BC=10$ cm. Tính độ dài AB, AC, AH.

2) Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Chứng minh rằng: ΔABC đồng dạng với ΔAED

3) Chứng minh:

a) $BC=AB.\cos B+AC.\cos C$.

b) $S_{ADE}=S_{ABC}.\sin^2 B.\sin^2 C$.

Câu 6. **(0,5 điểm)** Cho x, y các số dương thỏa mãn: $x+y=3$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{5}{x^2+y^2}+\dfrac{3}{xy}$

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA HÌNH HỌC – CHƯƠNG III - TOÁN 8
TRƯỜNG THCS HÀ NỘI – AMSTERDAM
Năm học: 2019-2020
ĐỀ 1

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. (1,5 điểm)

1) Thực hiện phép tính $\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}-3\sqrt{12}+\dfrac{5\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+4$

2) Giải phương trình sau:

a) $x-2\sqrt{x}=3$ b) $\sqrt{4x-8}-\dfrac{1}{3}\sqrt{9x-18}+\sqrt{x-2}=6$

Lời giải

1) Thực hiện phép tính:

$\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}-3\sqrt{12}+\dfrac{5\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+4$

$=\left|1-\sqrt{3}\right|-3\sqrt{4.3}+5\sqrt{3}+4$

$=\sqrt{3}-1-6\sqrt{3}+5\sqrt{3}+4$

$=3$

2) Giải phương trình sau:

a) $x-2\sqrt{x}=3$

Điều kiện: $x\ge 0$

$\Leftrightarrow x-2\sqrt{x}-3=0$

$\Leftrightarrow x-3\sqrt{x}+\sqrt{x}-3=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)+\left(\sqrt{x}-3\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+1\right)=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}-3=0$ do $\sqrt{x}+1\ge 1>0$ với $x\ge 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}=3$

$\Leftrightarrow x=9$ (thỏa mãn điều kiện)

b) $\sqrt{4x-8}-\dfrac{1}{3}\sqrt{9x-18}+\sqrt{x-2}=6$

Điều kiện $x\ge 2$

$\Leftrightarrow \sqrt{4\left(x-2\right)}-\dfrac{1}{3}\sqrt{9\left(x-2\right)}+\sqrt{x-2}=6$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2}-\dfrac{1}{3}.3\sqrt{x-2}+\sqrt{x-2}=6$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2}=6$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-2}=3$

$\Leftrightarrow x-2=9$

$\Leftrightarrow x=11$ (nhận)

Vậy $x=11$.

Câu 2. **(2 điểm):** Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} \text{ và } B=\frac{2x+8\sqrt{x}}{x-4}-\frac{2}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} \text{ với } x\geq 0;\ x\neq 4$$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $P=\frac{B}{A}$ nhận giá trị nguyên.

Lời giải

1) $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ (điều kiện: $x\geq 0;\ x\neq 4$)

Ta có: $x=9$ (Thỏa mãn điều kiện) $\Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{9}=3$

Thay vào A, ta được: $A=\frac{3+1}{3-2}=4$

Vậy $A=4$ khi $x=9$.

2) $B=\frac{2x+8\sqrt{x}}{x-4}-\frac{2}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$ (điều kiện: $x\geq 0;\ x\neq 4$)

$$B=\frac{2x+8\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{2\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$B=\frac{2x+8\sqrt{x}-2\sqrt{x}+4-x-2\sqrt{x}+4\sqrt{x}+8}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$B=\frac{x+8\sqrt{x}+12}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}+6\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-2}$.

3) $P=\dfrac{B}{A}=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-2}:\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}+1}$

Ta có: $P=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}+1}=1+\dfrac{5}{\sqrt{x}+1}$

Vì $x\ge 0;\ x\ne 4$ nên $\sqrt{x}+1>0$

$\Rightarrow \dfrac{5}{\sqrt{x}+1}>0$

$\Rightarrow 1+\dfrac{5}{\sqrt{x}+1}>1$

$\Rightarrow P>1$ (1)

❖ Ta có: $x\ge 0$; $x\ne 4$ nên $\sqrt{x}\ge 0$

$\Rightarrow \sqrt{x}+1\ge 1$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\le 1$

$\Rightarrow \dfrac{5}{\sqrt{x}+1}\le 5$

$\Rightarrow 1+\dfrac{5}{\sqrt{x}+1}\le 6$

$\Rightarrow P\le 6$ (2)

Vì $P\in\mathbb{Z}$ nên từ (1) và (2) $\Rightarrow P\in\{2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6\}$

Ta có bảng sau:

P	2	3	4	5	6
x	16	$\dfrac{9}{4}$	$\dfrac{4}{9}$	$\dfrac{1}{16}$	0
Đối chiếu	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn

Vậy $x\in\left\{0;\ \dfrac{1}{16};\ \dfrac{4}{9};\ \dfrac{9}{4};\ 16\right\}$

Câu 3. **(2 điểm)** Cho hàm số: $y=2x-6$

1) Vẽ đồ thị của hàm số.

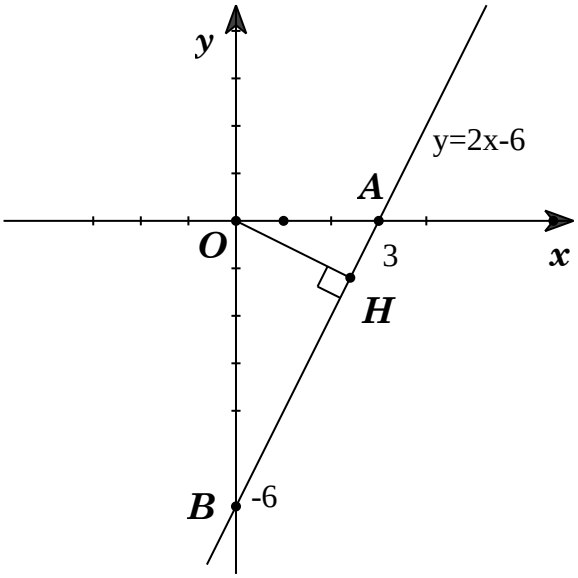
2) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đồ thị.

Lời giải

1) Vẽ đồ thị của hàm số

x	0	3
y	–6	0

Đồ thị của hàm số $y=2x-6$ (d) là đường thẳng đi qua 2 điểm $(0;-6)$ và $(3;0)$



2) Gọi A là giao điểm của (d) với trục $Ox \Rightarrow A(3;0)$

$\Rightarrow OA = |x_A - x_O| = |3-0| = 3$

B là giao điểm của (d) với trục $Oy \Rightarrow B(0;-6)$

$\Rightarrow OB = |y_B - y_O| = |-6-0| = 6$

H là hình chiếu của O lên đường thẳng (d)

$\Rightarrow OH$ là khoảng cách từ O đến đường thẳng (d)

Xét ΔOAB vuông tại O, đường cao OH có:

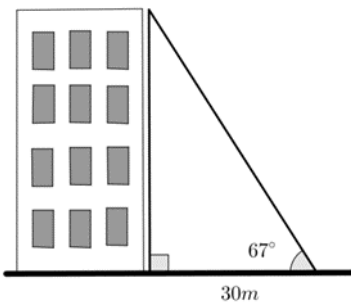
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \text{ (hệ thức)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{6^2} = \frac{5}{36}$$

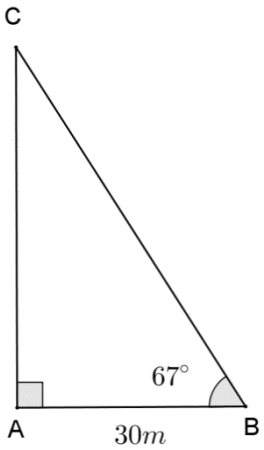
$$\Rightarrow OH^2 = \frac{36}{5} \Rightarrow OH = \frac{6\sqrt{5}}{5} \text{ (vì } OH > 0\text{)}$$

Vậy khoảng cách từ O đến đồ thị là $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

Câu 4. **(1 điểm)** Một tòa nhà có chiều cao $h\,(m)$. Khi tia nắng tạo với mặt đất một góc $67°$ thì bóng của tòa nhà trên mặt đất dài 30 m. Tính chiều cao h của tòa nhà.



Lời giải



Chiều cao của tòa nhà chính là AC.

Xét ΔABC vuông tại A, ta có: $\tan B = \dfrac{AC}{AB}$

$\Rightarrow AC = AB.\tan B$

$\Rightarrow AC = 30.\tan 67°$

$\Rightarrow AC \approx 92,33\ m$

Vậy chiều cao của tòa nhà là: $92,33\ m$

Câu 5. **(3 điểm)** Cho ΔABC vuông tại A, đương cao AH,

1) Nếu $BH = 3,6$ cm; $BC = 10$ cm. Tính độ dài AB, AC, AH.

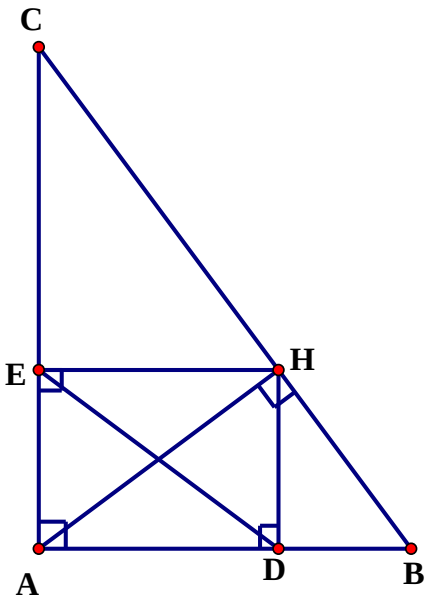
2) Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Chứng minh rằng: ΔABC đồng dạng với ΔAED

3) Chứng minh:

a) $BC = AB.\cos B + AC.\cos C$.

b) $S_{ADE} = S_{ABC}.\sin^2 B.\sin^2 C$.

Lời giải



1) Vì ΔABC vuông tại A, đường cao AH nên $AB^2 = BH.BC$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Thay số: $BH = 3,6\ cm;\ BC = 10\ cm$ ta có: $AB^2 = 3,6.10 = 36$

$\Rightarrow AB = 6$ (cm, do $AB > 0$)

Mặt khác: $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (Định lí Pi ta go)

Thay số ta có: $6^2 + AC^2 = 10^2$

$\Rightarrow AC^2 = 10^2 - 6^2$

$\Rightarrow AC^2 = 64$

$\Rightarrow AC = 8$ (cm, do $AC > 0$)

Lại có: $AH.BC = AB.AC$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Thay số ta có: $AH.10 = 6.8$

$\Rightarrow AH = \dfrac{48}{10}$

$\Rightarrow AH = 4,8$ (cm)

2) Vì ΔAHB vuông tại H, đường cao DH nên $AH^2 = AD.AB$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Và ΔAHC vuông tại H, đường cao EH nên $AH^2 = AE.AC$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Nên $AE.AC = AD.AB$

$\Rightarrow \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AD}{AC}$

Xét ΔABC và ΔAED có:

$\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AD}{AC}$

$\widehat{BAC}$ chung

Nên ΔABC ” ΔAED (c-g-c)

3)) Vì ΔAHB vuông tại H nên $BH = AB.\cos B$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông) (1)

ΔAHC vuông tại H nên $CH = AC.C\text{osC}$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông) (2)

Mà $BC = BH + HC$ (3)

Từ (1), (2), (3) ta có: $BC = AB.\cos B + AC.\cos C$

b/ Xét vế phải = $S_{ABC}.\sin^2 B.\sin^2 C$ (4)

Mà $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC$ (5)

ΔAHB vuông tại H nên $\sin B = \dfrac{AH}{AB} \Rightarrow \sin^2 B = \left(\dfrac{AH}{AB}\right)^2$ (6)

ΔAHC vuông tại H nên $\sin C = \dfrac{AH}{AC} \Rightarrow \sin^2 C = \left(\dfrac{AH}{AC}\right)^2$ (7)

Thay (5), (6), (7) vào (4) ta có: $S_{ABC}.\sin^2 B.\sin^2 C = \frac{1}{2}AB.AC.\left(\frac{AH}{AC}\right)^2.\left(\frac{AH}{AB}\right)^2$

$\Leftrightarrow S_{ABC}.\sin^2 B.\sin^2 C = \frac{1}{2}\frac{AH^2}{AC}.\frac{AH^2}{AB}$ (8)

Mà $AH^2 = AD.AB$ (cmt) (9)

$AH^2 = AE.AC$ (cmt) (10)

Thay (9), (10) vào (8) ta có:

$S_{ABC}.\sin^2 B.\sin^2 C = \frac{1}{2}.\frac{AE.AC}{AC}.\frac{AD.AB}{AB}$

$\Rightarrow S_{ABC}.\sin^2 B.\sin^2 C = \frac{1}{2}.AD.AE$

$\Rightarrow S_{ABC}.\sin^2 B.\sin^2 C = S_{ADE}$ (đpcm)

Câu 6. **(0,5 điểm)** Cho x, y các số dương thỏa mãn: $x+y=3$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{5}{x^2+y^2} + \frac{3}{xy}$

Lời giải

+ Bất đẳng thức phụ: Với a, b là các số thực dương, ta có $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \ge \frac{4}{a+b}$.

Chứng minh: Áp dụng bất đẳng thức Co-si cho hai số dương a và b ta có

$a^2+b^2 \ge 2ab$

$\Leftrightarrow a^2+2ab+b^2 \ge 4ab$

$\Leftrightarrow (a+b)^2 \ge 4ab$

$\Leftrightarrow \frac{(a+b)^2}{(a+b)ab} \ge \frac{4ab}{(a+b)ab}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b} \ge \frac{4}{a+b}(dpcm)$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b$.

+ Ta có $P = \frac{5}{x^2+y^2}+\frac{3}{xy} = \frac{5}{x^2+y^2}+\frac{5}{2xy}+\frac{1}{2xy} = 5\left(\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{2xy}\right)+\frac{1}{2xy}$

+ Áp dụng bất đẳng thức Co-si cho hai số dương x, y ta có

$x+y \ge 2\sqrt{xy} \Leftrightarrow 3 \ge 2\sqrt{xy} \Leftrightarrow \sqrt{xy} \le \frac{3}{2} \Leftrightarrow xy \le \frac{9}{4}$.

+ Áp dụng bất đẳng thức phụ ta có $\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{2xy} \ge \frac{4}{x^2+y^2+2xy} = \frac{4}{(x+y)^2} = \frac{4}{9}$

Suy ra $P = 5\left(\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{2xy}\right)+\frac{1}{2xy} \ge 5.\frac{4}{9}+\frac{1}{2.\frac{9}{4}} = \frac{22}{9}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=2xy \\ x=y \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=\frac{3}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{22}{9}$ khi $x=y=\frac{3}{2}$.

HẾT

PHÒNG GD & ĐT BẮC TỪ LIÊM
TRƯỜNG THCS TÂY TỰU
ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I 2020 - 2021
MÔN TOÁN 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1. **(2,0 điểm)**Thực hiện phép tính

a) $2\sqrt{3}-3\sqrt{48}-\sqrt{75}$.

b) $\left(7\sqrt{48}+3\sqrt{27}-2\sqrt{12}\right):\sqrt{3}$.

c) $\frac{\sqrt{55}}{\sqrt{11}}+6\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{12}$.

d) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{12}}{\sqrt{5}-2}-\frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

Bài 2. **(2 điểm)** Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-3}=5$.

b) $\sqrt{x^2-4x+4}=8$.

c) $\sqrt{25x-25}-\frac{15}{2}\sqrt{\frac{x-1}{9}}=6+\sqrt{x-1}$.

d) $\sqrt{x^2-9}-\sqrt{x+3}=0$.

Bài 3. **(2 điểm)** Cho hai biểu thức:

$A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{3}{\sqrt{x}+2}+\frac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$ với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho $P=B:A$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P.

Bài 4. **(3,5 điểm)**

1) Một con mèo ở trên cành cây cao 6,5 m Để bắt mèo xuống cần phải đặt thang sao cho đầu thang đạt độ cao trên, khi đó góc của thang tạo với mặt đất là bao nhiêu, biết chiếc thang dài 6,7 m. (góc làm tròn đến độ).

2) Cho tam giác ΔABC vuông tại A có AH là đường cao, $AB=6\,\text{cm}; AC=8\,\text{cm}$.

a) Tính $BC, CH, \widehat{ABC}$ (góc làm tròn đến độ).

b) Vẽ $HE\perp AB(E\in AB), HF\perp AC(F\in AC)$. Chứng minh $AE.AB=\text{AF}.AC$.

Từ đó suy ra $\Delta\text{AEF}\backsim\Delta ACB$.

c) Gọi K là trung điểm của BC . Chứng minh $AK\perp\text{EF}$.

Bài 5. **(0,5 điểm)**

a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=-x+5\sqrt{x}-\frac{9}{\sqrt{x}}+2020$ với $x>0$

b) Chứng minh rằng: $\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\ldots+\sqrt{1+\frac{1}{2017^2}+\frac{1}{2018^2}}<2018$

HẾT

PHÒNG GD & ĐT BẮC TỪ LIÊM
TRƯỜNG THCS TÂY TỰU
ĐÁP ÁN ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I 2020 - 2021
MÔN TOÁN 9
Thời gian làm bài: 90 phút

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. (2,0 điểm) Thực hiện phép tính

a) $2\sqrt{3}-3\sqrt{48}-\sqrt{75}$.

b) $\left(7\sqrt{48}+3\sqrt{27}-2\sqrt{12}\right):\sqrt{3}$.

c) $\frac{\sqrt{55}}{\sqrt{11}}+6\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{12}$.

d) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{12}}{\sqrt{5}-2}-\frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

Lời giải

a) $2\sqrt{3}-3\sqrt{48}-\sqrt{75}=2\sqrt{3}-3\sqrt{4^2.3}-\sqrt{5^2.3}=2\sqrt{3}-12\sqrt{3}-5\sqrt{3}=-15\sqrt{3}$.

b) $\left(7\sqrt{48}+3\sqrt{27}-2\sqrt{12}\right):\sqrt{3}=\left(7\sqrt{4^2.3}+3\sqrt{3^2.3}-2\sqrt{2^2.3}\right):\sqrt{3}$

$=\left(28\sqrt{3}+9\sqrt{3}-4\sqrt{3}\right):\sqrt{3}$

$=\left(33\sqrt{3}\right):\sqrt{3}=33.$

c) $\frac{\sqrt{55}}{\sqrt{11}}+6\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{12}=\sqrt{\frac{55}{11}}+\frac{6\sqrt{3}}{3}-\sqrt{2^2.3}=\sqrt{5}+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{5}$.

d) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{12}}{\sqrt{5}-2}-\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}.\sqrt{3}-\sqrt{2^2.3}}{\sqrt{5}-2}-\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{5}-2\right)}{\sqrt{5}-2}-\left(2+\sqrt{3}\right)$

$=\sqrt{3}-2-\sqrt{3}=-2.$

Bài 2. (2 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-3}=5$.

b) $\sqrt{x^2-4x+4}=8$.

c) $\sqrt{25x-25}-\frac{15}{2}\sqrt{\frac{x-1}{9}}=6+\sqrt{x-1}$.

d) $\sqrt{x^2-9}-\sqrt{x+3}=0$.

Lời giải

a) $\sqrt{x-3}=5$ (Điều kiện $x-3\ge 0\Leftrightarrow x\ge 3$).

$\Leftrightarrow x-3=25\Leftrightarrow x=28$ (Thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có nghiệm là $x=28$.

b) $\sqrt{x^2-4x+4}=8 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2}=8 \Leftrightarrow |x-2|=8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=8 \\ x-2=-8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=10 \\ x=-6 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{10;-6\}$.

c) $\sqrt{25x-25}-\frac{15}{2}\sqrt{\frac{x-1}{9}}=6+\sqrt{x-1}$ (Điều kiện $x\geq 1$)

$\Leftrightarrow 5\sqrt{x-1}-\frac{15}{2.3}\sqrt{x-1}=6+\sqrt{x-1}$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{x-1}-\frac{5}{2}\sqrt{x-1}=6 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\sqrt{x-1}=6 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}=4 \Leftrightarrow x-1=16 \Leftrightarrow x=17$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có nghiệm $x=17$.

d) $\sqrt{x^2-9}-\sqrt{x+3}=0$.

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-9}=\sqrt{x+3} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+3\geq 0 \\ x^2-9\geq 0 \\ x^2-9=x+3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\geq -3 \\ \left[\begin{array}{l} x\leq -3 \\ x\geq 3 \end{array}\right. \\ x^2-x-12=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x\geq 3 \end{array}\right. \\ (x+3)(x-4)=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x\geq 3 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x+3=0 \\ x-4=0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x\geq 3 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=4 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=4 \end{array}\right.$$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{-3;4\}$.

Bài 3. **(2 điểm)** Cho hai biểu thức:

$A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{3}{\sqrt{x}+2}+\frac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$ với $x\geq 0, x\neq 4, x\neq 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho $P=B:A$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P.

Lời giải

a) Thay $x=16$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được

$A=\frac{\sqrt{16}-2}{\sqrt{16}-3}=\frac{4-2}{4-3}=2$.

b) Với $x\geq 0, x\neq 4, x\neq 9$, ta lần lượt có

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{3}{\sqrt{x}+2}-\frac{9\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)+3(\sqrt{x}-2)-(9\sqrt{x}-10)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$=\frac{x+2\sqrt{x}+3\sqrt{x}-6-9\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}.$$

c) $P = B:A = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}:\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} = \dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{\sqrt{x}+2-5}{\sqrt{x}+2} = 1-\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}$

$= 1-\dfrac{5}{2}+\left(\dfrac{5}{2}-\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}\right) = -\dfrac{3}{2}+\dfrac{5\sqrt{x}}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}.$

Với $x \ge 0$ thì $\begin{cases}\sqrt{x} \ge 0\\ \sqrt{x}+2 \ge 2 > 0\end{cases} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \ge 0 \Rightarrow \dfrac{5\sqrt{x}}{2\left(\sqrt{x}+2\right)} \ge 0 \Rightarrow P \ge -\dfrac{3}{2}.$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (Thỏa mãn).

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng $\dfrac{-3}{2}$ khi $x = 0$.

Bài 4. **(3,5 điểm)**

1) Một con mèo ở trên cành cây cao 6,5m Để bắt mèo xuống cần phải đặt thang sao cho đầu thang đạt độ cao trên, khi đó góc của thang tạo với mặt đất là bao nhiêu, biết chiếc thang dài 6,7m. (góc làm tròn đến độ).

2) Cho tam giác ΔABC vuông tại A có AH là đường cao, $AB = 6\,\text{cm}; AC = 8\,\text{cm}.$

a) Tính $BC, CH, \widehat{ABC}$ (góc làm tròn đến độ).

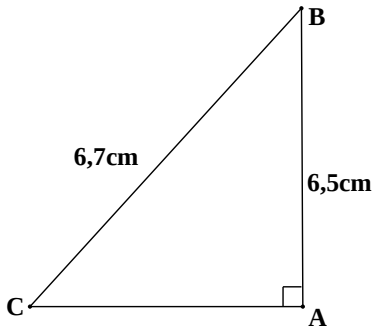
b) Vẽ $HE \perp AB (E \in AB), HF \perp AC (F \in AC).$ Chứng minh $AE.AB = \text{AF}.AC$.

Từ đó suy ra $\Delta \text{AEF} \backsim \Delta ACB$.

c) Gọi K là trung điểm của BC . Chứng minh $AK \perp \text{EF}$.

Lời giải

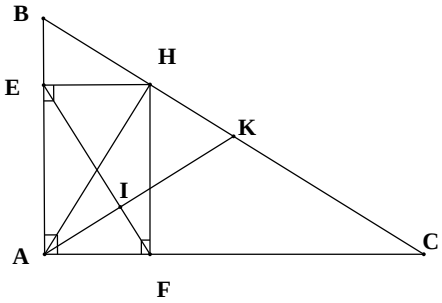
1) Ta minh họa bài toán qua hình vẽ sau:



Xét $\Delta ABC\,(\widehat{A} = 90°)$ ta có:

$\text{Sin}\, C = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{6,5}{6,7} \Rightarrow \widehat{C} \approx 76°.$

2)



a) Tính $BC, CH, \widehat{ABC}$ (góc làm tròn đến độ).

Xét ΔABC vuông tại A đường cao AH, ta có

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Định lí Pi – ta – go)

$\Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{36+64} = 10.$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác, ta có

$AC^2 = BC.CH \Rightarrow CH = \dfrac{AC^2}{BC} = \dfrac{64}{10} = 6,4$

$\text{Sin}\,\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{8}{10} \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 53°$

b) Vẽ $HE \perp AB(E \in AB), HF \perp AC(F \in AC)$. Chứng minh $AE.AB = AF.AC$.

Từ đó suy ra $\Delta AEF \backsim \Delta ACB$.

Xét ΔAHB vuông tại H đường cao HE, ta có

$AH^2 = AE.AB$ (1)

Xét ΔAHC vuông tại H đường cao HF, ta có

$AH^2 = AF.AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $AE.AB = AF.AC$

Từ $AE.AB = AF.AC \Rightarrow \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AC}{AB}$

Suy ra: $\Delta AEF \backsim \Delta ABC(c.g.c)$

c) Gọi K là trung điểm của BC. Chứng minh $AK \perp EF$.

Từ: $\Delta AEF \backsim \Delta ACB(cmt) \Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{ABC}$ (1)

Xét ΔABC vuông tại A có AK đường trung tuyến, ta có

$AK = \dfrac{1}{2}BC = KC$ suy ra ΔAKC cân tại K

Suy ra: $\widehat{KAC} = \widehat{ACK}$, Lại có: $\widehat{BAH} = \widehat{ACK}$ (cùng phụ $\widehat{HAC}$).

Suy ra $\widehat{KAC} = \widehat{BAH}$ (2).

Mà $\widehat{ABC} + \widehat{BAH} = 90° \Rightarrow \widehat{KAC} + \widehat{AFE} = 90°$

$\Rightarrow \widehat{AIF} = 90° \Rightarrow AK \perp EF$ (đpcm).

Bài 5. **(0,5 điểm)**

a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = -x + 5\sqrt{x} - \dfrac{9}{\sqrt{x}} + 2020$ với $x > 0$.

b) Chứng minh rằng: $\sqrt{1+\dfrac{1}{1^2}+\dfrac{1}{2^2}} + \sqrt{1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}} + \ldots + \sqrt{1+\dfrac{1}{2017^2}+\dfrac{1}{2018^2}} < 2018$.

Lời giải

a) Với $x > 0$

$M = -x + 6\sqrt{x} - 9 - \sqrt{x} - \dfrac{9}{\sqrt{x}} + 2029$

$M = -\left(\sqrt{x} - 3\right)^2 - \left(\sqrt{x} + \dfrac{9}{\sqrt{x}}\right) + 2029$

Mà $-\left(\sqrt{x} - 3\right)^2 \le 0$ với mọi $x > 0$.

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x}=3\Leftrightarrow x=9$ (Thỏa mãn điều kiện)

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$\sqrt{x}+\dfrac{9}{\sqrt{x}}\ge 2.\sqrt{\sqrt{x}.\dfrac{9}{\sqrt{x}}}=6$ với mọi $x>0$

$\Rightarrow -\left(\sqrt{x}+\dfrac{9}{\sqrt{x}}\right)\le -6$ với mọi $x>0$.

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x}=\dfrac{9}{\sqrt{x}}\Leftrightarrow x=9$ (Thỏa mãn điều kiện)

Vậy $M\le 0-6+2029\Leftrightarrow M\le 2023$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức M bằng 2023 khi $x=9$.

b) Trước hết ta chứng minh được: Với $x>0$, ta có

$$\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}=\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{2x+2-2x}{x(x+1)}-\frac{2}{x(x+1)}}$$

$$=\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{2}{x}-\frac{2}{x+1}-\frac{2}{x(x+1)}}=\sqrt{\left(1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)^2}=\left|1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right|$$

$$=1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}.$$

Do đó

$$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\ldots+\sqrt{1+\frac{1}{2017^2}+\frac{1}{2018^2}}$$

$$=1+\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots+1+\frac{1}{2017}-\frac{1}{2018}$$

$$=1+2017-\frac{1}{2018}$$

$$=2018-\frac{1}{2018}<2018.$$

Vậy $\sqrt{1+\dfrac{1}{1^2}+\dfrac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}}+\ldots+\sqrt{1+\dfrac{1}{2017^2}+\dfrac{1}{2018^2}}<2018$.

HẾT

TRƯỜNG THCS TÔ HIẾN THÀNH
ĐỀ KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG GIỮA KÌ 1 – MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 90 phút

Bài 1. Thực hiện phép tính:

a. $3\sqrt{32}-4\sqrt{8}+\sqrt{72}$.

b. $\sqrt{\left(\sqrt{2}+5\right)^2}-\sqrt{2}$.

c. $\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}-1}$.

Bài 2. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x\ge 0, x\ne 9$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=25$.

2) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm giá trị của x để biểu thức $P=A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài 3. (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{9x+27}-\dfrac{1}{4}\sqrt{16x+48}+\sqrt{x+3}=6$.

b) $2+\sqrt{2x-1}=x$.

Bài 4. (1 điểm) Một con mèo ở trên cành cây cao 6,5 m. Để bắt mèo xuống cần phải đặt một cái thang đạt độ cao đó, khi đó góc của thang tạo với mặt đất là bao nhiêu biết chiếc thang dài 6,7 m? (làm tròn đến độ).

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH.

1. Cho biết $AB=3\text{cm}$, $AC=4\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, HB, HC, AH.

2. Vẽ HE vuông góc với AB tại E, HF vuông góc với AC tại F.

a. Chứng minh: $AE.EB=EH^2$.

b. Chứng minh: $AE.AB+AF.FC=AH^2$.

3. Chứng minh: $BE=BC.\cos^3 B$.

Bài 6. (0,5 điểm) Giải phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{3x-2}=x^2+1$.

ꕥHẾTꕥ

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG GIỮA KÌ 1 – MÔN: TOÁN 9TRƯỜNG THCS TÔ HIẾN THÀNH

Bài 1. Thực hiện phép tính:

a. $3\sqrt{32}-4\sqrt{8}+\sqrt{72}$.

b. $\sqrt{\left(\sqrt{2}+5\right)^2}-\sqrt{2}$.

c. $\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}-1}$.

Lời giải

a. $3\sqrt{32}-4\sqrt{8}+\sqrt{72}$

$=12\sqrt{2}-8\sqrt{2}+6\sqrt{2}$

$=10\sqrt{2}$.

b. $\sqrt{\left(\sqrt{2}+5\right)^2}-\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}+5-\sqrt{2}$

$=5$.

c. $\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}-1}$

$=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}-\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{\sqrt{3}\left(1-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}-1}$

$=\sqrt{3}-1-\dfrac{2\left(\sqrt{3}-1\right)}{3-1}-\sqrt{3}$

$=-1-\left(\sqrt{3}-1\right)$

$=-\sqrt{3}$.

Bài 2. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x\ge 0, x\ne 9$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=25$.

2) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm giá trị của x để biểu thức $P=A.B$ có giá trị là số nguyên.

Lời giải

1) $A=\dfrac{7}{\sqrt{x}+8}$, $x\ge 0, x\ne 9$.

Thay $x=25$ (thỏa mãn ĐKXĐ) vào biểu thức A ta có: $A=\dfrac{7}{\sqrt{25}+8}=\dfrac{7}{13}$.

2) $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$

$$B=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{2\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{x+3\sqrt{x}+2\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{x+5\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+8\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}.$$

3) $P=A.B$

Ta có: $P=A.B=\dfrac{7}{\left(\sqrt{x}+8\right)}.\dfrac{\left(\sqrt{x}+8\right)}{\sqrt{x}+3}$

$$P=\frac{7}{\sqrt{x}+3}$$

Để P là số nguyên thì $\dfrac{7}{\sqrt{x}+3}$ nguyên $\Rightarrow \left(\sqrt{x}+3\right)\in \mathrm{U}\left(7\right)=\left\{\pm 1;\pm 7\right\}$

Có $\sqrt{x}+3\ge 3\Rightarrow \sqrt{x}+3=7\Leftrightarrow \sqrt{x}=4\Leftrightarrow x=\pm 16$.

Kết hợp ĐKXĐ suy ra $x=16$ thì P nhận giá trị nguyên.

Bài 3. (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{9x+27}-\dfrac{1}{4}\sqrt{16x+48}+\sqrt{x+3}=6$.

b) $2+\sqrt{2x-1}=x$.

Lời giải

a) $\sqrt{9x+27}-\dfrac{1}{4}\sqrt{16x+48}+\sqrt{x+3}=6$ (ĐK $x\ge -3$)

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x+3}-\frac{1}{4}.4.\sqrt{x+3}+\sqrt{x+3}=6$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x+3}=6$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+3}=2$$

$\Leftrightarrow x+3=4$

$\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn)

Vậy tập nghiệm của phương trình $S=\{1\}$

b) $2+\sqrt{2x-1}=x\left(\text{ĐK}: x\geq\dfrac{1}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x-1}=x-2$

$\Leftrightarrow 2x-1=(x-2)^2$ (ĐK $x\geq 2$)

$\Leftrightarrow 2x-1=x^2-4x+4$

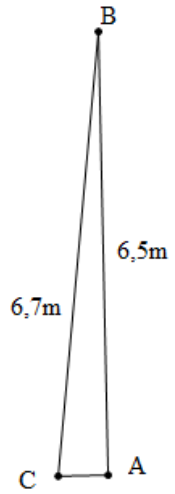
$\Leftrightarrow x^2-6x+5=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-5)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1(\text{L}) \\ x=5(\text{TM}) \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S=\{5\}$.

Bài 4. (1 điểm) Một con mèo ở trên cành cây cao 6,5 m. Để bắt mèo xuống cần phải đặt một cái thang đạt độ cao đó, khi đó góc của thang tạo với mặt đất là bao nhiêu biết chiếc thang dài 6,7 m? (làm tròn đến độ).

Lời giải



Gọi gốc cây mà con mèo đậu trên đó là A, vị trí mèo đậu là B, chân thang là C. Ta có ΔABC vuông tại A suy ra $\sin C=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{6,5}{6,7}=\dfrac{65}{67}\Rightarrow \widehat{C}\approx 76°$

Vậy góc của thang tạo với mặt đất là $76°$.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH.

1. Cho biết $AB=3$ cm, $AC=4$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, HB, HC, AH.

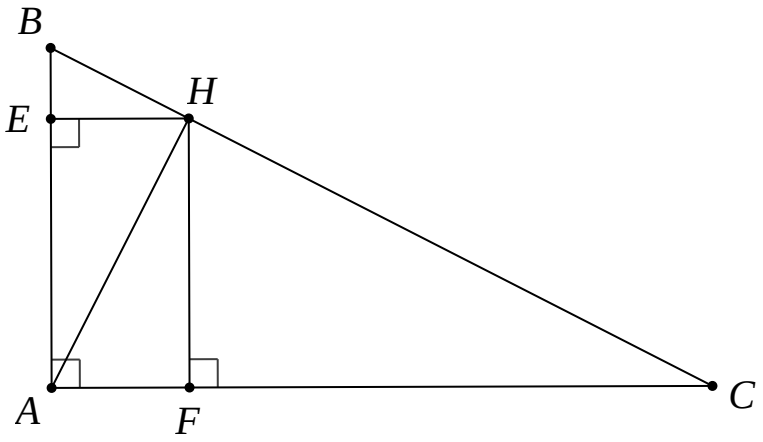
2. Vẽ HE vuông góc với AB tại E, HF vuông góc với AC tại F.

a. Chứng minh: $AE.EB=EH^2$

b. Chứng minh: $AE.AB+AF.FC=AH^2$

3. Chứng minh: $BE = BC.\cos^3 B$

Lời giải



1) Xét ΔABC vuông tại A có AH là đường cao

+ Áp dụng định lý Pitago có : $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Thay số ta có: $BC = 5\,\text{cm}$.

+ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$AH.BC = AB.AC$. Thay số ta có: $3.4 = 5.AH \Rightarrow AH = \dfrac{12}{5}\text{cm}$

$AB^2 = BH.BC$. Thay số ta có: $3^2 = BH.5 \Rightarrow BH = \dfrac{9}{5}\text{cm}$

Từ đó ta suy ra $CH = \dfrac{16}{5}\text{cm}$.

2) Xét ΔABH vuông tại H có: đường cao EH

$AE.EB = EH^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (1)

Chứng minh tương tự ta có: $AF.FC = FH^2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có:

$AE.EB + AF.FC = EH^2 + FH^2$.

Xét tứ giác $AEHF$ có: $\widehat{EAF} = \widehat{HEA} = \widehat{HFA} = 90°$

Nên tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật. (dấu hiệu nhận biết)

Từ đó ta suy ra : $\widehat{EHF} = 90°$.

Nên tam giác EHF là tam giác vuông tại H .

Theo định lý Pitago có: $EH^2 + FH^2 = EF^2$.

Mà $EF = AH$ (do $AEHF$ là hình chữ nhật)

Từ đó ta có :

$AE.EB + AF.FC = EH^2 + FH^2 = EF^2 = AH^2$ (điều phải chứng minh)

3) Xét tam giác vuông BEH có:

$$\cos B = \frac{BE}{BH} \Rightarrow \cos^2 B = \left(\frac{BE}{BH}\right)^2 = \frac{BE^2}{BE.AB} = \frac{BE}{AB}.$$

Xét tam giác vuông ABC có:

$\cos B = \dfrac{AB}{BC}$ (tỉ số lượng giác)

Từ đó ta có:

$\cos^3 B = \dfrac{BE}{AB}.\dfrac{AB}{BC}$

$\Rightarrow \cos^3 B = \dfrac{BE}{BC} \Rightarrow BE = BC.\cos^3 B$ (điều phải chứng minh).

Bài 6. (0,5 điểm) Giải phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = x^2 + 1$

Lời giải

ĐKXĐ: $x \ge \dfrac{2}{3}$

$\sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = x^2 + 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 2\sqrt{3x-2} = 2x^2 + 2$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2 + x - 2\sqrt{x} + 1 + 3x - 2 - 2\sqrt{3x-2} + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2(x-1)^2 + \left(\sqrt{x}-1\right)^2 + \left(\sqrt{3x-2}-1\right)^2 = 0.$

Mà $(x-1)^2 \ge 0, \left(\sqrt{x}-1\right)^2 \ge 0, \left(\sqrt{3x-2}-1\right)^2 \ge 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ \sqrt{x}-1=0 \\ \sqrt{3x-2}-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1\}$.

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI-AMSTERDAM
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ
NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9
ĐỀ 1

Bài 1. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{3\left(\sqrt{x}-2\right)}{x+2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x\ge 0$ và $x\ne 4$.

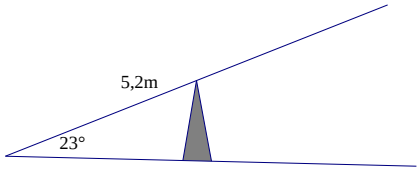
a) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $B<0$.

c) Tìm các số thực x sao cho $A.B$ nhận giá trị là số nguyên.

Bài 2. Giải phương trình: $\sqrt{x^2-2x-1}-\sqrt{2x-4}=0$.

Bài 3. 1) Chiều dài của một cái bập bênh là $5,2$ m, khi một đầu của cái bập bênh chạm đất thì cái bập bênh tạo với mặt đất một góc 23° (xem hình vẽ).



Hỏi đầu còn lại của cái bập bênh cách mặt đất bao nhiêu mét. (Biết mặt đất phẳng, kết quả làm tròn hai chữ số sau dấu phẩy)

2) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB<AC$), đường cao AH.

a) Cho $AB=5\,\text{cm}$, $AC=12\,\text{cm}$. Hãy tính tỉ số $\dfrac{BH}{CH}$.

b) Kẻ HE, HF lần lượt vuông góc với AB, AC tại E và F. Chứng mnh rằng EF là tiếp tuyến của đường tròn đường kính HC.

c) Gọi O là trung điểm của HC và d là tiếp tuyến tại C của đường tròn đường kính HC. Đường thẳng đi qua H, vuông góc với AO và cắt d tại D. Chứng minh rằng hai tam giác HAC và COD đồng dạng.

Bài 4. Cho x; y là các số thực không âm thỏa mãn $x+y=2020$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{x}+2\sqrt{y}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I

TRƯỜNG THPT AMSTERDAM

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{3\left(\sqrt{x}-2\right)}{x+2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x\ge 0$ và $x\ne 4$.

a) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $B<0$.

c) Tìm các số thực x sao cho $A.B$ nhận giá trị là số nguyên.

Lời giải

a) Với $x\ge 0$ và $x\ne 4$, ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{5\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{x-3\sqrt{x}+2+5\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

b) Với $x=0\Rightarrow B=0\left(ktm\right)$

Với $x>0;x\ne 4$

Để $B<0\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}<0\Leftrightarrow\sqrt{x}-2<0$ (vì $\sqrt{x}>0$)

$\Leftrightarrow\sqrt{x}<2\Leftrightarrow x<4$ kết hợp với $x>0$ và $x\ne 4\Rightarrow 0<x<4$

Vậy với $0<x<4$ thì $B<0$.

c) Với $x\ge 0$ và $x\ne 4$

Ta có $A.B=\dfrac{3\left(\sqrt{x}-2\right)}{x+2}.\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{3\sqrt{x}}{x+2}$

Với $x=0\Rightarrow A.B=0$

Với $x>0;x\ne 4$ áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có: $x+2\ge 2\sqrt{2}.\sqrt{x}\Rightarrow A.B\le\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$

Vậy $0<A.B\le\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$

Vì $A.B$ nhận giá trị là số nguyên nên $A.B=1$

$$A.B=1\Leftrightarrow\frac{3\sqrt{x}}{x+2}=1\Leftrightarrow x-3\sqrt{x}+2=0\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)=0\Leftrightarrow x=1\text{ (thỏa mãn)}$$

hoặc $x=4$ (không thỏa mãn)

Vậy $x=0$ hoặc $x=1$ thì $A.B$ nhận giá trị là số nguyên.

Bài 2. Giải phương trình: $\sqrt{x^2-2x-1}-\sqrt{2x-4}=0$

Lời giải

$\sqrt{x^2-2x-1}-\sqrt{2x-4}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x-1}=\sqrt{2x-4}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \ (1) \\ x^2-2x-1=2x-4 \ (2) \end{cases}$

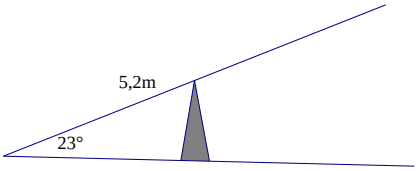
$(2)\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$

$\Leftrightarrow (x-3)(x-1)=0$

$\Leftrightarrow x=3$ (nhận) hoặc $x=1$ (loại)

Vậy $S=\{3\}$

Bài 3. 1) Chiều dài của một cái bập bênh là $5,2$ m, khi một đầu của cái bập bênh chạm đất thì cái bập bênh tạo với mặt đất một góc $23°$ (xem hình vẽ).



Hỏi đầu còn lại của cái bập bênh cách mặt đất bao nhiêu mét. (Biết mặt đất phẳng, kết quả làm tròn hai chữ số sau dấu phẩy)

2) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB<AC$), đường cao AH .

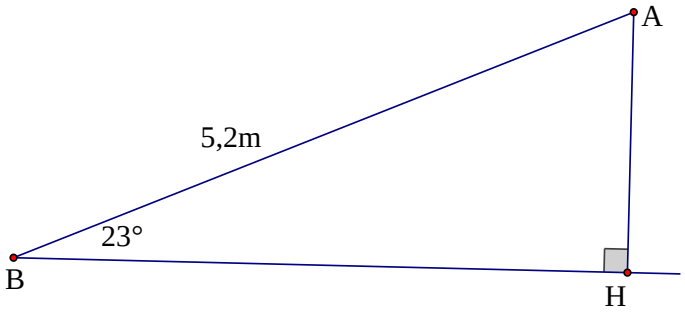
a) Cho $AB=5\,\text{cm}$, $AC=12\,\text{cm}$. Hãy tính tỉ số $\dfrac{BH}{CH}$.

b) Kẻ HE , HF lần lượt vuông góc với AB , AC tại E và F . Chứng mnh rằng EF là tiếp tuyến của đường tròn đường kính HC .

c) Gọi O là trung điểm của HC và d là tiếp tuyến tại C của đường tròn đường kính HC . Đường thẳng đi qua H , vuông góc với AO và cắt d tại D . Chứng minh rằng hai tam giác HAC và COD đồng dạng.

Lời giải

1) Theo bài toán ta có hình vẽ sau

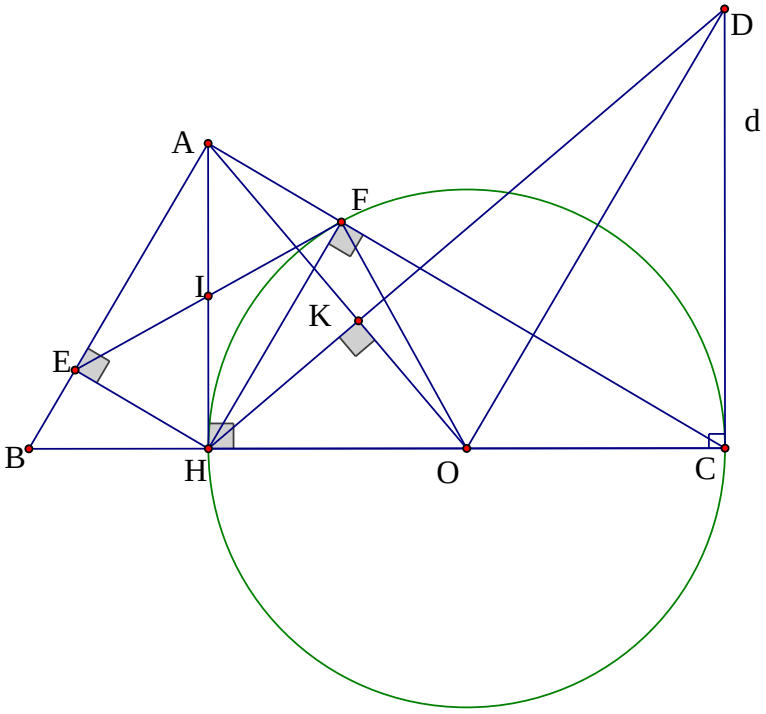


Xét tam giác ABH vuông tại H có

$AH = AB\sin B = 5,2.\sin 32° \approx 2,76$ (m)

Vậy đầu kia của cái bập bênh cách mặt đất một khoảng gần bằng $2,76$ m.

2)



a) Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH nên ta có :

$AB^2 = BH.BC$ và $AC^2 = CH.BC$ nên $\dfrac{BH.BC}{CH.BC} = \dfrac{AB^2}{AC^2}$

Suy ra $\dfrac{BH}{CH} = \dfrac{AB^2}{AC^2} = \dfrac{5^2}{12^2} = \dfrac{25}{144}$

b) Vì $\widehat{CFH} = 90°$ nên F thuộc đường tròn đường kính HC.

Tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật (Có $\widehat{A} = \widehat{E} = \widehat{F} = 90°$).

Gọi I là giao điểm của AH và EF thì $IA = IF = IE = IH$.

Suy ra tam giác AIF cân tại I, khi đó $\widehat{EFA} = \widehat{HAF}$ (1)

Gọi O là trung điểm của HC.

Suy ra O là tâm của đường tròn đường kính HC.

Vì F thuộc đường tròn đường kính HC nên ΔOFC cân tại O $(OF = OC)$ suy ra $\widehat{OFC} = \widehat{OCF}$ (2)

Vì tam giác AHC vuông tại H nên $\widehat{HAC} + \widehat{ACH} = 90°$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{AFE} + \widehat{CFO} = 90°$. Suy ra $\widehat{OFE} = 90°$. Suy ra $OF \perp EF$.

Suy ra EF là tiếp tuyến của đường tròn đường kính HC.

c) Gọi K là giao điểm của AO và HD.

Ta có ΔHKO vuông tại K, suy ra $\widehat{DHC} + \widehat{AOH} = 90°$

Mặt khác ΔAHO vuông tại H nên $\widehat{AOH}+\widehat{HAO}=90°$.

Suy ra $\widehat{DHC}=\widehat{HAO}$.

Suy ra $\Delta CHD \backsim \Delta HAO$.

Suy ra $\frac{AH}{HO}=\frac{HC}{DC}\Rightarrow\frac{AH}{HC}=\frac{HO}{DC}\Rightarrow\frac{AH}{HC}=\frac{OC}{CD}$ (do $HO=OC$)

$\Rightarrow\frac{AH}{CO}=\frac{HC}{CD}$

Xét hai tam giác ΔAHC và ΔCOD có

$\widehat{AHC}=\widehat{DCO}=90°$

$\frac{AH}{CO}=\frac{HC}{CD}$ (cmt)

Do đó $\Delta AHC \backsim \Delta DCO$ (c –g– c).

Bài 4. Cho x; y là các số thực không âm thỏa mãn $x+y=2020$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{x}+2\sqrt{y}$

Lời giải

Đặt $a=\sqrt{x};b=\sqrt{y}\Rightarrow a^2+b^2=2020.$

Áp dụng bdt bunhiaxcopki, ta được: $(a+2b)^2\le(1^2+2^2)(a^2+b^2)=5.2020=10100$

$\Rightarrow P\le 10\sqrt{101}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases}a=\frac{b}{2}\\a^2+b^2=2020\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1616\\y=404\end{cases}$.

Ta có: $0\le a,b\le\sqrt{2020}$

$\Rightarrow a\left(\sqrt{2020}-a\right)\ge 0\Rightarrow a\sqrt{2020}\ge a^2$.

Tương tự $b\sqrt{2020}\ge b^2\Rightarrow a+b\ge\frac{a^2+b^2}{\sqrt{2020}}=\sqrt{2020}$

$\Rightarrow P=a+2b\ge a+b\ge\sqrt{2020}$

Dấu "=" xảy ra khi: $\begin{cases}b=0\\a=\sqrt{2020}\end{cases}$.

HẾT

TRƯỜNG THCS LÊ QUÝ ĐÔN

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG GIỮA KÌ I
Năm học: 2019- 2020
Thời gian làm bài: 120 phút
(Đề gồm 01 trang)

ĐỀ BÀI

Câu 1: (2,0 điểm): Thu gọn các biểu thức:

a) $A=\frac{1}{2}\sqrt{32}+\sqrt{98}-\frac{1}{6}\sqrt{18}$ b) $B=\sqrt{4-\sqrt{15}}-\sqrt{4+\sqrt{15}}$

c) $C=\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

Câu 2: (2,0 điểm): Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x}+\sqrt{\frac{x}{9}}-\frac{1}{3}\sqrt{4x}=5$

b) $\sqrt{x^2-9}-2\sqrt{x-3}=0$

c) $\sqrt{x-3}+\sqrt{5-x}=2$

Câu 3: (2,0 điểm): Cho biểu thức $P=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-\frac{4-6\sqrt{a}}{1-a}-\frac{-3}{\sqrt{a}+1}$ với $a\geq 0; a\neq 1$

a) Rút gọn và tính giá trị P tại $a=4-2\sqrt{3}$.

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của a để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Câu 4: (3,0 điểm): Cho ΔABC vuông tại A $(AB<AC)$, đường cao AH, trung tuyến AM. Gọi D, E thứ tự là hình chiếu của H trên AB, AC; K là giao điểm của AM và DE.

a) Chứng minh rằng: $AD.AB=AE.AC$.

b) Chứng minh rằng: $AM\perp DE$ và $AH^3=DK.AB^2$.

c) Biết $HB=3cm$, $HC=7cm$. Tính AB, AC, DE và $\sqrt[3]{BD^2}+\sqrt[3]{CE^2}$.

Câu 5: (1,0 điểm): Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$A=3\sqrt{x-1}+4\sqrt{5-x}$$

HẾT

TRƯỜNG THCS LÊ QUÝ ĐÔN

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG GIỮA KÌ I
Năm học: 2019- 2020
Thời gian làm bài: 120 phút
(Đề gồm 01 trang)

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Thu gọn các biểu thức:

a) $A=\frac{1}{2}\sqrt{32}+\sqrt{98}-\frac{1}{6}\sqrt{18}$

b) $B=\sqrt{4-\sqrt{15}}-\sqrt{4+\sqrt{15}}$

c) $C=\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

Lời giải

a) $A=\frac{1}{2}\sqrt{32}+\sqrt{98}-\frac{1}{6}\sqrt{18}=\frac{1}{2}.4\sqrt{2}+7\sqrt{2}-\frac{1}{6}.3\sqrt{2}=2\sqrt{2}+7\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{2}=\frac{17}{2}\sqrt{2}.$

b) $B=\sqrt{4-\sqrt{15}}-\sqrt{4+\sqrt{15}}$

Ta có $\sqrt{4-\sqrt{15}}<\sqrt{4+\sqrt{15}}$ nên $B<0$

$B^2=\left(\sqrt{4-\sqrt{15}}-\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^2=8-2\sqrt{\left(4-\sqrt{15}\right)\left(4+\sqrt{15}\right)}=6$

$\Rightarrow B=-\sqrt{6}$

c) $C=\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}=\frac{3\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)-2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}=\frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{5}-2\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}$

$=\frac{\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{3-5}=\frac{\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{-2}=\frac{5\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$

Câu 2: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x}+\sqrt{\frac{x}{9}}-\frac{1}{3}\sqrt{4x}=5$

b) $\sqrt{x^2-9}-2\sqrt{x-3}=0$

c) $\sqrt{x-3}+\sqrt{5-x}=2$

Lời giải

a) ĐKXĐ: $x\geq 0$

$\sqrt{x}+\sqrt{\frac{x}{9}}-\frac{1}{3}\sqrt{4x}=5$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}+\frac{1}{3}\sqrt{x}-\frac{2}{3}\sqrt{x}=5$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}\sqrt{x}=5$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}=\frac{15}{2}$

$\Leftrightarrow x=\frac{225}{4}$ (Thỏa mãn ĐKXĐ)

$S=\left\{\frac{225}{4}\right\}$

b) $\sqrt{x^2-9}-2\sqrt{x-3}=0$

ĐK: $x\geq 3$

$\sqrt{x^2-9}-2\sqrt{x-3}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)(x+3)}-2\sqrt{x-3}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-3}\left(\sqrt{x+3}-2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-3}=0\\ \sqrt{x+3}-2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-3=0\\ x+3=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3(TM)\\ x=1(KTM)\end{array}\right.$

Vậy $S=\{3\}$

c) $\sqrt{x-3}+\sqrt{5-x}=2$

ĐK: $3\leq x\leq 5$

$\sqrt{x-3}+\sqrt{5-x}=2$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x-3}+\sqrt{5-x}\right)^2=4$

$\Leftrightarrow x-3+5-x+2\sqrt{(x-3)(5-x)}=4$

$\Leftrightarrow 2+2\sqrt{(x-3)(5-x)}=4$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-3)(5-x)}=2$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)(5-x)}=1$

$\Leftrightarrow (x-3)(5-x)=1$

$\Leftrightarrow x^2-8x+16=0$

$\Leftrightarrow (x-4)^2=0$

$\Leftrightarrow x=4$ (TM)

Vậy $S=\{4\}$

Câu 3: Cho biểu thức $P=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-\frac{4-6\sqrt{a}}{1-a}-\frac{-3}{\sqrt{a}+1}$ với $a\geq 0; a\neq 1$

a) Rút gọn và tính giá trị P tại $a=4-2\sqrt{3}$.

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của a để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Lời giải

a) Rút gọn và tính giá trị P tại $a=4-2\sqrt{3}$

$$P=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-\frac{4-6\sqrt{a}}{1-a}-\frac{-3}{\sqrt{a}+1}$$

$$P=\frac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)}+\frac{4-6\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)}-\frac{-3\left(\sqrt{a}-1\right)}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)}$$

$$P=\frac{a+\sqrt{a}+4-6\sqrt{a}+3\sqrt{a}-3}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)}$$

$$P=\frac{a-2\sqrt{a}+1}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)}$$

$$P=\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)}$$

$$P=\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}$$

Thay $a=4-2\sqrt{3}=\left(\sqrt{3}-1\right)^2$ (TM) vào biểu thức P ta được:

$$P=\frac{\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}-1}{\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+1}=\frac{\sqrt{3}-1-1}{\sqrt{3}-1+1}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$$

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của a để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

$$P=\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}=1-\frac{2}{\sqrt{a}+1}$$

Vì $1\in Z$ nên $P\in Z$ khi và chỉ khi $\frac{2}{\sqrt{a}+1}\in Z$

$\Rightarrow\left(\sqrt{a}+1\right)\in U(2)=\{\pm1;\pm2\}$

Lập bảng giá trị:

$\sqrt{a}+1$	-1	1	-2	2
$\sqrt{a}$	-2	0	-3	1
a	loại	0 (TM)	loại	1 (KTM)

Vậy P nguyên khi a nhận giá rị nguyên là a $=0$

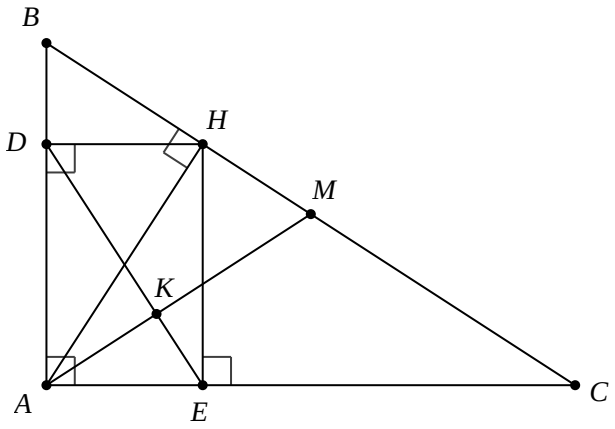
Câu 4: (0,3 điểm): Cho ΔABC vuông tại A $(AB<AC)$, đường cao AH, trung tuyến AM. Gọi D, E thứ tự là hình chiếu của H trên AB, AC; K là giao điểm của AM và DE.

a) Chứng minh rằng: $AD.AB=AE.AC$.

b) Chứng minh rằng: $AM\perp DE$ và $AH^3=DK.AB^2$.

c) Biết $HB=3cm$, $HC=7cm$. Tính AB, AC, DE và $\sqrt[3]{BD^2}+\sqrt[3]{CE^2}$.

Lời giải



a) Chứng minh rằng: $AD.AB=AE.AC$.

Xét ΔAHB vuông tại H có $HD\perp AB\Rightarrow AH^2=AD.AB$

Xét ΔAHC vuông tại H có $HE\perp AC\Rightarrow AH^2=AE.AC\Rightarrow AD.AB=AE.AC\left(=AH^2\right)$

b) Chứng minh rằng: $AM\perp DE$ và $AH^3=DK.AB^2$.

+ Xét ΔADE và ΔACB có: $\widehat{DAE}$ chung; $\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AE}{AB}\left(AD.AB=AE.AC\right)$

$\Rightarrow \Delta ADE\backsim\Delta ACB$ (c.g.c) $\Rightarrow \begin{cases}\widehat{ADE}=\widehat{ACB}\\ \widehat{AED}=\widehat{ABC}\end{cases}$

Có ΔABC vuông tại A có AM là đường trung tuyến $\Rightarrow MA=MB=MC=\dfrac{BC}{2}$

$\Rightarrow \Delta MAC$ cân tại $M\Rightarrow \widehat{MAC}=\widehat{MCB}$

Có $\widehat{ABC}+\widehat{ACB}=90°$, $\widehat{MAC}=\widehat{MCB}$, $\widehat{DEA}=\widehat{ABC}$

$\Rightarrow \widehat{MAC}+\widehat{DEA}=90°\Rightarrow \widehat{AKE}=90°\Rightarrow AM\perp DE$

+ Có $HD\perp AB$, $AC\perp AB\Rightarrow HD//AC\Rightarrow \widehat{DHA}=\widehat{HAC}$

Xét ΔADH và ΔCHA có: $\widehat{ADH}=\widehat{CHA}\left(=90°\right)$, $\widehat{DHA}=\widehat{HAC}$

$\Rightarrow \Delta ADH \backsim \Delta CHA(\text{g.g}) \Rightarrow \dfrac{AD}{CH} = \dfrac{AH}{AC} \Rightarrow AD.AC = AH.CH$

Xét ΔADK và ΔBCA có: $\widehat{AKD} = \widehat{BAC}\left(= 90°\right)$, $\widehat{ADK} = \widehat{BCA}$

$\Rightarrow \Delta ADK \backsim \Delta BCA(\text{g.g}) \Rightarrow \dfrac{AD}{BC} = \dfrac{DK}{AC} \Rightarrow AD.AC = DK.BC$

Vậy có: $AH.CH = DK.BC \Rightarrow AH.CH.BH = DK.BC.BH$

Mà $BH.CH = AH^2$ và $BH.BC = AB^2$ (ΔABC vuông tại A có $AH \perp BC$)

$\Rightarrow AH.AH^2 = DK.AB^2$

$\Rightarrow AH^3 = DK.AB^2$

c) Biết $HB = 3cm$, $HC = 7cm$. Tính AB, AC, DE và $\sqrt[3]{BD^2} + \sqrt[3]{CE^2}$.

Có $BC = HB + HC = 3 + 7 = 10\left(cm\right)$

Xét ΔABC vuông tại A có $AH \perp BC$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB^2 = BH.BC \\ AC^2 = CH.BC \\ AH^2 = CH.BH \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB^2 = 3.10 = 30 \\ AC^2 = 7.10 = 70 \\ AH^2 = 7.3 = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{30}\left(cm\right) \\ AC = \sqrt{70}\left(cm\right) \\ AH = \sqrt{21}\left(cm\right) \end{cases}$$

Xét tứ giác $ADHE$ có $\widehat{HDA} = \widehat{DAE} = \widehat{AEH} = 90° \Rightarrow$ tứ giác $ADHE$ là hình chữ nhật

$\Rightarrow DE = AH \Rightarrow DE = \sqrt{21}\,cm$

Xét ΔAHB vuông tại H có $HD \perp AB \Rightarrow BH^2 = BD.BA \Rightarrow$

$BD = \dfrac{BH^2}{BA} = \dfrac{3^2}{\sqrt{30}} = \dfrac{3\sqrt{30}}{10}\left(cm\right)$

Xét ΔAHC vuông tại H có $HE \perp AC \Rightarrow CH^2 = CE.CA \Rightarrow$

$CE = \dfrac{CH^2}{CA} = \dfrac{7^2}{\sqrt{70}} = \dfrac{7\sqrt{70}}{10}\left(cm\right)$

Vậy $\sqrt[3]{BD^2} + \sqrt[3]{CE^2} = \sqrt[3]{\left(\dfrac{3\sqrt{30}}{10}\right)^2} + \sqrt[3]{\left(\dfrac{7\sqrt{70}}{10}\right)^2} = \sqrt[3]{\dfrac{27}{10}} + \sqrt[3]{\dfrac{343}{10}} = \dfrac{3+7}{\sqrt[3]{10}} = \sqrt[3]{100}$

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của: $A = 3\sqrt{x-1} + 4\sqrt{5-x}$

Lời giải

Ta có $A = 3\sqrt{x-1} + 4\sqrt{5-x} = 3\sqrt{x-1} + 3\sqrt{5-x} + \sqrt{5-x} = 3\left(\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}\right) + \sqrt{5-x}$

Đặt $t = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$ thì $t^2 = \left(\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}\right)^2 = 4 + 2\sqrt{(x-1).(5-x)} \geq 4$

Vì $t \geq 0$ nên $t \geq 2$ dấu bằng xảy ra khi $x = 1$ hoặc $x = 5$

Vậy $A \geq 3.2 + 0 = 6$ dấu bằng xảy ra khi $x = 5$

Do đó giá trị nhỏ nhất của A bằng 6 khi $x = 5$.

HẾT

TRƯỜNG THCS THPT LÊ QUÝ ĐÔN
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ I
NĂM HỌC 2019-2020. MÔN: TOÁN 9

Câu 1. (2 điểm): Tính.

a) $2\sqrt{9}+6\sqrt{4}-3\sqrt{25}$.

b) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2}$.

c) $\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\dfrac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

d) $\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{6}{\sqrt{3}+3}$

Câu 2. (2 điểm): Giải phương trình

a) $\dfrac{1}{3}\sqrt{9x+9}-2\sqrt{x+1}+8\sqrt{\dfrac{4x+4}{25}}=11$

b) $\sqrt{x-1}=3-x$

Câu 3. (2 điểm): Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{x-\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\dfrac{3\sqrt{x}+6}{x-9}-\dfrac{2}{\sqrt{x}-3}\right):\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}$

(với $x\ge 0$; $x\ne 9$).

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho biểu thức $P=A.B$. Chứng minh $|P|=P$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

Câu 4. (3,5 điểm) *(Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai và số đo góc làm tròn đến độ).*

1) Một máy bay bay với vận tốc $5m/s$ lên cao theo phương tạo với đường băng một góc $40°$. Hỏi sau 6 phút máy bay ở độ cao bao nhiêu so với đường băng.

2) Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ AH vuông góc với BC tại H, biết $BH=3,6$; $CH=6,4$.

a) Hãy tính độ dài các đoạn thẳng AH, AB và tính số đo HCA

b) Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của H lên AB và AC. Chứng minh tam giác AMN đồng dạng với tam giác ACB.

c) Tính diện tích tứ giác $BMNC$

Câu 5. (0,5 điểm):Giải phương trình $\sqrt[3]{x-2}+\sqrt{x+1}=3$

HẾT

ĐÁP ÁN
ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT THÁNG 9
NĂM HỌC 2019-2020. MÔN: TOÁN 9
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 6. (2 điểm): Tính.

a) $2\sqrt{9}+6\sqrt{4}-3\sqrt{25}$.

b) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2}$.

c) $\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\dfrac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

d) $\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{6}{\sqrt{3}+3}$

Lời giải

a) $2\sqrt{9}+6\sqrt{4}-3\sqrt{25}$.

$=2.3+6.2-3.5$

$=6+12-15$

$=3$

b) $\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2}$

$=\left|\sqrt{3}-\sqrt{2}\right|-\left|\sqrt{3}+\sqrt{2}\right|$

$=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=-2\sqrt{2}$

c) $\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\dfrac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

$=\dfrac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}+1}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

$=\sqrt{5}+1+\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{5}$

$=1$

d) $\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{6}{\sqrt{3}+3}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{\sqrt{3}.2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}+\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{2+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}$

$=\dfrac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}=2-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}$

$=2-\dfrac{\sqrt{3}+2}{-1}=2+\sqrt{3}+2=4+\sqrt{3}$

Câu 7. (2 điểm): Giải phương trình

a) $\frac{1}{3}\sqrt{9x+9}-2\sqrt{x+1}+8\sqrt{\frac{4x+4}{25}}=11$ b) $\sqrt{x-1}=3-x$

Giải

a) $\frac{1}{3}\sqrt{9x+9}-2\sqrt{x+1}+8\sqrt{\frac{4x+4}{25}}=11$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\sqrt{9(x+1)}-2\sqrt{x+1}+8\sqrt{\frac{4(x+1)}{25}}=11$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}-2\sqrt{x+1}+\frac{16}{5}\sqrt{x+1}=11$

$\Leftrightarrow \frac{11}{5}\sqrt{x+1}=11$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=5$

$\Leftrightarrow x+1=25$

$\Leftrightarrow x=24$

Vậy phương trình có nghiệm $x=24$

b) $\sqrt{x-1}=3-x$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3-x\ge 0\\ x-1=(3-x)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\le 3\\ x-1=9-6x+x^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\le 3\\ x^2-7x+10=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x\le 3\\ (x-2)(x-5)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\le 3\\ \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=5\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow x=2$

Vậy phương trình có nghiệm $x=2$

Câu 8. (2 điểm): Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}-3}{x-\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\frac{3\sqrt{x}+6}{x-9}-\frac{2}{\sqrt{x}-3}\right):\frac{1}{\sqrt{x}+3}$

(với $x\ge 0$; $x\ne 9$).

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho biểu thức $P=A.B$. Chứng minh $|P|=P$ với $x\ge 0$; $x\ne 9$.

Lời giải

a) Thay $x=4$ (thỏa mãn) vào A ta được: $A=\frac{\sqrt{4}-3}{4-\sqrt{4}+1}=\frac{2-3}{4-2+1}=\frac{-1}{3}$

Vậy $x=4\Rightarrow A=\frac{-1}{3}$

b) $B=\left(\frac{3\sqrt{x}+6}{x-9}-\frac{2}{\sqrt{x}-3}\right):\frac{1}{\sqrt{x}+3}$

$B=\frac{3\sqrt{x}+6-2\sqrt{x}-6}{x-9}:\frac{1}{\sqrt{x}+3}$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}.\left(\sqrt{x}+3\right)$$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$$

c) Ta có: $P=A.B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.\frac{\sqrt{x}-3}{x-\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}$

Mà $x\ge 0\Rightarrow\sqrt{x}\ge 0$ và $x-\sqrt{x}+1=\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$

Nên $P>0\Rightarrow|P|=P$. Vậy $|P|=P$ với $x\ge 0;x\ne 9$.

Câu 9. (3,5 điểm) *(Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai và số đo góc làm tròn đến độ).*

1) Một máy bay bay với vận tốc $5m/s$ lên cao theo phương tạo với đường băng một góc $40°$. Hỏi sau 6 phút máy bay ở độ cao bao nhiêu so với đường băng.

2) Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ AH vuông góc với BC tại H, biết $BH=3,6$ cm; $CH=6,4$ cm.

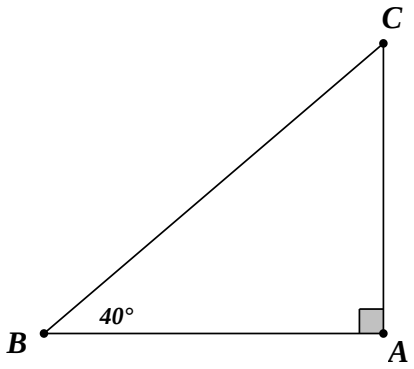
a) Hãy tính độ dài các đoạn thẳng AH, AB và tính số đo HCA

b) Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của H lên AB và AC. Chứng minh tam giác AMN đồng dạng với tam giác ACB.

c) Tính diện tích tứ giác $BMNC$

Lời giải

1) Bài toán được đưa về dạng toán hình học cơ bản và được mô tả bằng hình vẽ sau:



Trong đó: AB : là đường băng

BC : Quãng đường máy bay đã bay được sau 6 phút

AC : là độ cao máy bay đạt được sau khi bay 6 phút so với đường băng.

Đổi 6 phút $=360$ giây

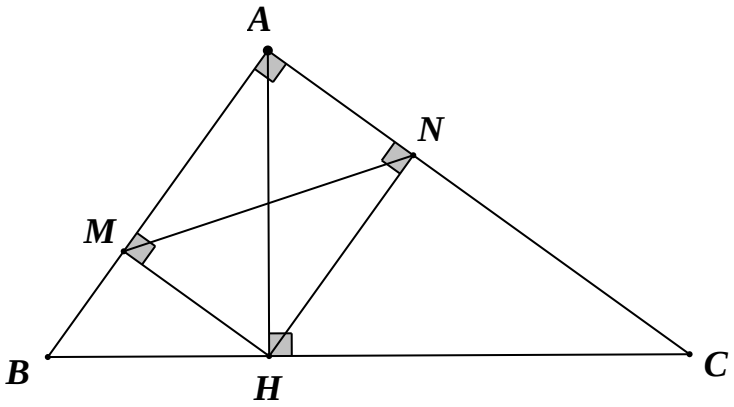
Theo bài: $BC=5.360=1800$ (m)

Xét ΔABC vuông tại A có:

$AC=BC.\sin B=1800.\sin 40°\approx 1157,02$ (m) (Hệ thức về cạnh và góc)

Vậy sau 6 phút máy bay ở độ cao khoảng $1157,02$ mét so với đường băng.

2)



a) Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AH:

Có: $AH^2 = BH.HC$ (Hệ thức về cạnh và đường cao)

$AH^2 = 3,6.6,4 \Rightarrow AH = 4,8$ (cm)

Áp dụng định lý Pytago vào ΔAHB vuông tại H

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 = 4,8^2 + 3,6^2 = 6 \text{ (cm)}$$

Có: $\sin C = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow \widehat{C} \approx 37°$ hay $\widehat{HCA} \approx 37°$

b) Xét ΔAHB vuông tại H, $HM \perp AB$ tại M:

Có: $AH^2 = AB.AM$ (Hệ thức về cạnh và đường cao)

Tương tự: $AH^2 = AC.AN$

Từ đó suy ra: $AB.AM = AC.AN \Rightarrow \dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AN}{AB}$

Xét ΔAMN và ΔACB có: $\dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AN}{AB}$, $\widehat{A}$ chung $\Rightarrow \Delta AMN \backsim \Delta ACB$ (c-g-c)

c) Xét ΔAHB vuông tại H, $HM \perp AB$ tại M:

$$AH.HB = HM.AB \Rightarrow HM = \frac{AH.HB}{AB} = \frac{4,8.3,6}{6} = 2,88(\text{cm}) \Rightarrow MB = 2,16 \text{ (cm)}$$

Tương tự:

$$HN^2 = AH^2 - AN^2 = AH^2 - HM^2 = 4,8^2 - 2,88^2$$

$$\Rightarrow HN = 3,84(\text{cm}) \Rightarrow NC = 5,12(\text{cm})$$

$$S_{BMNC} = \frac{1}{2}HM.MB + \frac{1}{2}HM.HN + \frac{1}{2}.HN.NC$$

$$= \frac{1}{2}.2,88.2,16 + \frac{1}{2}.2,88.3,84 + \frac{1}{2}.3,84.5,12 = 18,4704(\text{cm}^2)$$

Vậy diện tích tứ giác $BMNC$ là: $18,4704\,\text{cm}^2$

Câu 10. (0,5 điểm):Giải phương trình $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$

Giải

Điều kiện: $x \geq -1$

Đặt $\sqrt[3]{x-2}=a$; $\sqrt{x+1}=b$ $(b\ge 0)$

Ta có : $\begin{cases} a+b=3(1) \\ a^3-b^2=-3(2) \end{cases}$

Từ $(1)\Rightarrow b=3-a$, thay vào (2) ta có :

$a^3-(3-a)^2=-3$

$\Leftrightarrow a^3-9+6a-a^2+3=0$

$\Leftrightarrow a^3-a^2+6a-6=0$

$\Leftrightarrow a^2(a-1)+6(a-1)=0$

$\Leftrightarrow (a^2+6)(a-1)=0$

$\Leftrightarrow a=1$ (Do $a^2+6>0$, $\forall a$)

$\Rightarrow \sqrt[3]{x-2}=1$

$\Leftrightarrow x-2=1$

$\Leftrightarrow x=3$ (nhận)

Vậy phương trình có nghiệm $x=3$.

PHÒNG GD&ĐT QUẬN HOÀNG MAI

TRƯỜNG THCS HOÀNG LIỆT

ĐỀ KHẢO SÁT VÒNG 1 THÁNG 10

NĂM HỌC 2020 – 2021. MÔN: TOÁN 9

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1. Các căn bậc hai của 25 là

A. -5. **B.** 5. **C.** 5 và -5 **D.** 225.

Câu 2. Giá trị của biểu thức $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-2+\sqrt{2}$ là

A. -1 **B.** $-3+2\sqrt{2}$. **C.** -3 **D.** $3-2\sqrt{2}$

Câu 3. Nếu $\sqrt{4x}-\sqrt{9x}=-3$ thì x có giá trị bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $\frac{9}{5}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường cao AH, biết $BH=4cm, CH=9cm$. Khi đó độ dài AB bằng

A. $\sqrt{13}$ cm. **B.** 6 cm. **C.** $2\sqrt{13}$ cm. **D.** $3\sqrt{13}$ cm.

Câu 5. Cho góc nhọn α với $cos\alpha=\frac{3}{4}$ .Khi đó $\sin\alpha$ bằng

A. $\frac{9}{6}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{7}{16}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{4}$

Câu 6. Chiếc thang tạo với mặt đất một góc bao nhiêu độ. Nếu độ cao của bức tường mà thang đạt được gấp đôi khoảng cách từ chân tường đế chân thang.

A. $63°26'$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $64°30'$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm)

Bài 1. (1 điểm): Tính giá trị các biểu thức sau:

1) $3\sqrt{45}+\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}-\frac{10}{\sqrt{5}+2}$.

2) $\left(\frac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\frac{4}{\sqrt{5}-1}+\frac{3\sqrt{5}+5}{\sqrt{5}+3}\right).\left(\sqrt{5}+1\right)$.

Bài 2. (2 điểm): Cho hai biểu thức

$A=\frac{x+2}{\sqrt{x}+3}$ và $B=\frac{1}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{3\sqrt{x}-3}{9-x}$ với $x\geq 0$, $x\neq 9$.

1) Tính giá trị của A khi $x=\frac{4}{25}$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm x để $\dfrac{A}{B}<\sqrt{x}+1$.

Bài 3. (1,5 điểm): Giải các phương trình .

1) $\sqrt{9x^2-6x+1}=5$.

2) $2x+3\sqrt{2x-5}=9$.

Bài 4.

1) Cho tam giác ABC vuông tại $A(AC<AB)$, đường cao AH. Kẻ $HD\perp AC$

a) Giải tam giác ABC biết $BH=16\,\text{cm}$, $CH=9\,\text{cm}$. *(góc làm tròn đến độ)*

b) Chứng minh $AD.AC=HB.HC$.

c) Trên tia đối của tia HC lấy điểm E sao cho $HE=HA$. Qua E kẻ đường vuông góc với BC cắt AB tại F. Chứng minh $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AF^2}+\dfrac{1}{AB^2}$.

2) Lúc 6 giờ 45 phút sáng, bạn Học đi từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ bên dưới). Hỏi bạn Học đến trường lúc mấy giờ? Biết $AH=305\,\text{m}$, $HB=458\,\text{m}$, $\widehat{A}=6°$, $\widehat{B}=4°$ và vận tốc trung bình lên dốc là 4 km/h, vận tốc trung bình xuống dốc là 19 km/h.



Bài 5. **(0,5 điểm).**

Cho các số thực dương a,b thỏa mãn điều kiện $ab\ge 6$ và $b\ge 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P=a+b+2016$.

PHÒNG GD&ĐT QUẬN HOÀNG MAI
TRƯỜNG THCS HOÀNG LIỆT

ĐỀ KHẢO SÁT VÒNG 1 THÁNG 10

NĂM HỌC 2020 – 2021. MÔN: TOÁN 9

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6
C	B	A	B	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Các căn bậc hai của 25 là

A. -5. **B.** 5. **C.** 5 và -5 **D.** 225.

Chọn C

Câu 2. Giá trị của biểu thức $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-2+\sqrt{2}$ là

A. -1 **B.** $-3+2\sqrt{2}$. **C.** -3 **D.** $3-2\sqrt{2}$

Chọn B

Ta có: $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-2+\sqrt{2}=\left|1-\sqrt{2}\right|-2+\sqrt{2}=\sqrt{2}-1-2+\sqrt{2}=-3+2\sqrt{2}$.

Câu 3. Nếu $\sqrt{4x}-\sqrt{9x}=-3$ thì x có giá trị bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $\frac{9}{5}$.

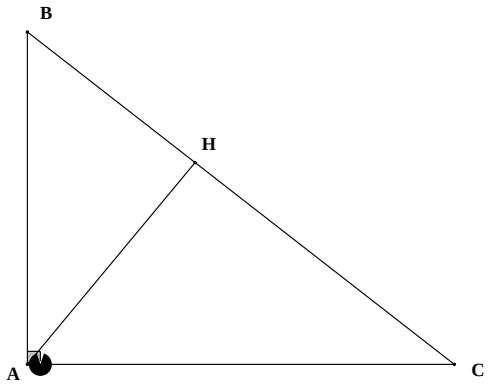
Chọn A.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường cao AH, biết $BH=4cm, CH=9cm$. Khi đó độ dài AB bằng

A. $\sqrt{13}$ cm. **B.** 6 cm. **C.** $2\sqrt{13}$ cm. **D.** $3\sqrt{13}$ cm.

Chọn B.

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại A đường cao AH

$AB^2 = BH.BC \Rightarrow AB^2 = 4.(4+9) \Rightarrow AB = 2\sqrt{13}(cm)$

Câu 5. Cho góc nhọn α với $cos\alpha = \frac{3}{4}$ .Khi đó $\sin\alpha$ bằng

A. $\frac{9}{6}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{7}{16}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{4}$

Chọn D.

Lời giải

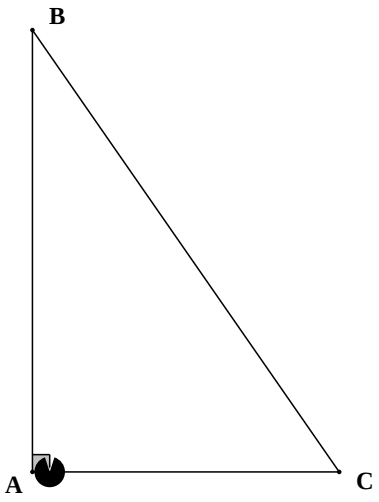
$\sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin^2\alpha + \frac{9}{16} = 1 \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{7}{16} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ (vì góc α nhọn)

Câu 6. Chiếc thang tạo với mặt đất một góc bao nhiêu độ. Nếu độ cao của bức tường mà thang đạt được gấp đôi khoảng cách từ chân tường đế chân thang.

A. $63°26'$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $64°30'$.

Chọn A.

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại A

$\tan C = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{2AC}{AC} = 2 \Rightarrow \Rightarrow \widehat{C} = 63°23'$

II. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm)

Bài 1. (1 điểm): Tính giá trị các biểu thức sau:

1) $3\sqrt{45} + \sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2} - \dfrac{10}{\sqrt{5}+2}$.

2) $\left(\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \dfrac{4}{\sqrt{5}-1} + \dfrac{3\sqrt{5}+5}{\sqrt{5}+3}\right).\left(\sqrt{5}+1\right)$.

Lời giải

1) Ta có: $3\sqrt{45} + \sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2} - \dfrac{10}{\sqrt{5}+2} = 9\sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 - \dfrac{10}{\sqrt{5}+2}$

$= 10\sqrt{5} - 2 - \dfrac{10}{\sqrt{5}+2} = 10\sqrt{5} - 2 - 10\sqrt{5} + 20 = 18$.

2) Ta có: $\left(\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \dfrac{4}{\sqrt{5}-1} + \dfrac{3\sqrt{5}+5}{\sqrt{5}+3}\right).\left(\sqrt{5}+1\right)$

$= \left[\dfrac{\sqrt{5}.\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \dfrac{4.\left(\sqrt{5}+1\right)}{5-1} + \dfrac{\sqrt{5}.\left(\sqrt{5}+3\right)}{\sqrt{5}+3}\right].\left(\sqrt{5}+1\right)$

$= \left[\sqrt{5} - \left(\sqrt{5}+1\right) + \sqrt{5}\right].\left(\sqrt{5}+1\right) = \left(\sqrt{5}-1\right).\left(\sqrt{5}+1\right) = 5-1 = 4$.

Bài 2. (2 điểm): Cho hai biểu thức

$A = \dfrac{x+2}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \dfrac{1}{\sqrt{x}-3} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \dfrac{3\sqrt{x}-3}{9-x}$ với $x \ge 0$, $x \ne 9$.

1) Tính giá trị của A khi $x = \dfrac{4}{25}$.

2) Chứng minh $B = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm x để $\dfrac{A}{B} < \sqrt{x}+1$.

Lời giải

1) Khi $x = \dfrac{4}{25} \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{\dfrac{4}{25}} = \dfrac{2}{5}$ thay vào biểu thức A ta được:

$$A=\frac{\frac{4}{25}+2}{\frac{2}{5}+3}=\frac{\frac{54}{25}}{\frac{17}{5}}=\frac{54}{25}.\frac{5}{17}=\frac{54}{85}.$$

2) Với $x\ge 0$, $x\ne 9$ ta có:

$$B=\frac{1}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{3\sqrt{x}-3}{9-x}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+3}{x-9}+\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{x-9}-\frac{3\sqrt{x}-3}{x-9}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+3+x-3\sqrt{x}-3\sqrt{x}+3}{x-9}$$

$$=\frac{x-5\sqrt{x}+6}{x-9}=\frac{\left(\sqrt{x}-3\right).\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right).\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}.$$

3) Ta có: Tìm x để $\frac{A}{B}<\sqrt{x}+1.$

Với $x\ge 0$, $x\ne 4, x\ne 9$ ta có:

$$\frac{A}{B}=\frac{x+2}{\sqrt{x}+3}:\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}=\frac{x+2}{\sqrt{x}+3}.\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}=\frac{x+2}{\sqrt{x}-2}.$$

Nên $\frac{A}{B}<\sqrt{x}+1\Leftrightarrow\frac{x+2}{\sqrt{x}-2}<\sqrt{x}+1\Leftrightarrow\frac{x+2}{\sqrt{x}-2}-\left(\sqrt{x}+1\right)<0$

$$\Leftrightarrow\frac{x+2-\left(\sqrt{x}+1\right).\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}-2}<0\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2}<0.$$

Với $x\ge 0$, $x\ne 9$ ta có: $\sqrt{x}+4>0$ nên $\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2}<0\Leftrightarrow\sqrt{x}-2<0\Leftrightarrow x<4$.

Kết hợp với $x\ge 0$, $x\ne 9$ ta có: $0\le x<4.$

Bài 3. (1,5 điểm): Giải các phương trình .

1) $\sqrt{9x^2-6x+1}=5.$

2) $2x+3\sqrt{2x-5}=9.$

Lời giải

1) $\sqrt{9x^2-6x+1}=5.$

Ta có: $9x^2-6x+1=(3x-1)^2\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên:

$$\sqrt{9x^2-6x+1}=5\Leftrightarrow |3x-1|=5\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x-1=5\\3x-1=-5\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=-\dfrac{4}{3}\end{array}\right..$$

2) $2x+3\sqrt{2x-5}=9$.

ĐK: $2x-5\ge 0\Leftrightarrow x\ge\dfrac{5}{2}$.

$$2x+3\sqrt{2x-5}=9\Leftrightarrow 3\sqrt{2x-5}=9-2x\Leftrightarrow \begin{cases}\left(3\sqrt{2x-5}\right)^2=(9-2x)^2\\9-2x\ge 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}18x-45=81-36x+4x^2\\x\le\dfrac{9}{2}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4x^2-54x+126=0\\x\le\dfrac{9}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\dfrac{21}{2}\end{array}\right.\\x\le\dfrac{9}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=3\left(tmđk: x\ge\frac{5}{2}\right).$$

Bài 4.

1) Cho tam giác ABC vuông tại $A(AC<AB)$, đường cao AH. Kẻ $HD\perp AC$

a) Giải tam giác ABC biết $BH=16$ cm, $CH=9$ cm. *(góc làm tròn đến độ)*

b) Chứng minh $AD.AC=HB.HC$.

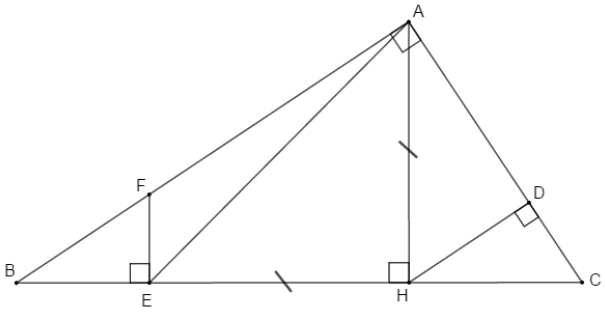
c) Trên tia đối của tia HC lấy điểm E sao cho $HE=HA$. Qua E kẻ đường vuông góc với BC cắt AB tại F. Chứng minh $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AF^2}+\dfrac{1}{AB^2}$.

2) Lúc 6 giờ 45 phút sáng, bạn Học đi từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ bên dưới). Hỏi bạn Học đến trường lúc mấy giờ? Biết $AH=305$ m, $HB=458$ m, $\widehat{A}=6°$, $\widehat{B}=4°$ và vận tốc trung bình lên dốc là 4 km/h, vận tốc trung bình xuống dốc là 19 km/h.



Lời giải

1)



a) Giải tam giác ABC biết $BH = 16\,\text{cm}$, $CH = 9\,\text{cm}$. *(góc làm tròn đến độ)*

Vì $H \in BC$ nên $BC = BH + HC = 16 + 9 = 25$

Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AH có:

$AB^2 = BH.BC = 16.25 = 400 \Rightarrow AB = 20$

$AC^2 = CH.CB = 9.25 = 225 \Rightarrow AC = 15$

Ta có: $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 37^0 \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 53^0$.

b) Chứng minh $AD.AC = HB.HC$.

Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AH:

$AH^2 = HB.HC$

Xét ΔAHC vuông tại H, đường cao HD có:

$AH^2 = AD.AC$

Vậy $AD.AC = HB.HC = AH^2$.

c) Trên tia đối của tia HC lấy điểm E sao cho $HE = HA$. Qua E kẻ đường vuông góc với BC cắt AB tại F. Chứng minh $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AF^2} + \dfrac{1}{AB^2}$.

Xét ΔABC vuông tại A có $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^o - \widehat{BAC} = 180^o - 90^o = 90^o$

Xét ΔAHC vuông tại H có $\widehat{HAC} + \widehat{ACH} = 180^o - \widehat{AHC} = 180^o - 90^o = 90^o$

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{HAC}$ (cùng phụ với $\widehat{ACB}$)

Xét ΔBEF và ΔAHC có:

$\widehat{FBE} = \widehat{CAH}$ (chứng minh trên)

$\widehat{BEF} = \widehat{AHC} (= 90^o)$

$\Rightarrow \Delta BEF \sim \Delta AHC$ (g-g)

$\Rightarrow \dfrac{BE}{AH} = \dfrac{BF}{AC}$ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

$\Rightarrow \dfrac{BE}{EH} = \dfrac{BF}{AC}$ (Vì $HE = HA$)

Lại có:

$\left.\begin{matrix} FE \perp BC \\ AH \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow EF // AH$

Áp dụng định lý Ta-let ta có:

$\dfrac{BE}{EH} = \dfrac{BF}{FA}$

$\Rightarrow \dfrac{BF}{FA}=\dfrac{BF}{AC}\left(=\dfrac{BE}{EH}\right)$

$\Rightarrow AF=AC$

Cách 2 : chứng minh $AF=AC$ bằng cách vẽ

$FK\perp AH\Rightarrow \Delta AFK=\Delta ACH\left(g-c-g\right)$ (gvPB).

Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AH có:

$\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AC^2}+\dfrac{1}{AB^2}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AF^2}+\dfrac{1}{AB^2}$ (do $AF=AC$).

2) Lúc 6 giờ 45 phút sáng, bạn Học đi từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ bên dưới). Hỏi bạn Học đến trường lúc mấy giờ? Biết $AH=305\,\text{m}$, $HB=458\,\text{m}$, $\widehat{A}=6°$, $\widehat{B}=4°$ và vận tốc trung bình lên dốc là 4 km/h, vận tốc trung bình xuống dốc là 19 km/h.



Lời giải

Xét ΔAHC vuông tại H có:

$\dfrac{AH}{AC}=\cos\widehat{A}$

$\Rightarrow AC=\dfrac{AH}{\cos\widehat{A}}=\dfrac{305}{\cos 6°}=306,68(m)$

Xét ΔAHB vuông tại H có:

$\dfrac{BH}{BC}=\cos\widehat{B}$

$\Rightarrow BC=\dfrac{BH}{\cos\widehat{B}}=\dfrac{458}{\cos 4°}=459(m)$

Thời gian Học đi lên dốc từ A đến C là: $0,30668:4=0,076\,(\text{h})$

Thời gian Học đi xuống dốc từ C đến B là: $0,459:19=0,024\,(\text{h})$

Thời gian Học đi từ nhà đến trường là: $0,076+0,024=0,1\,(\text{h})=6(\text{phút})$

Vậy Học đến trường lúc 6 giờ 51 phút sáng

Bài 5. **(0,5 điểm).**

Cho các số thực dương a,b thỏa mãn điều kiện $ab\ge 6$ và $b\ge 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P=a+b+2016$.

Lời giải

Vì a,b là số thực dương nên suy ra $\begin{cases} a>0 \\ \dfrac{2b}{3}>0 \end{cases}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho 2 số dương ta được:

$$a+\frac{2b}{3}\ge 2.\sqrt{a.\frac{2b}{3}}\ge 2.\sqrt{\frac{6.2}{3}}=4 \text{ (Do } ab\ge 6) \ (1).$$

Ta có: $b\ge 3 \Leftrightarrow \dfrac{b}{3}\ge 1 \ (2)$.

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được:

$$a+\frac{2b}{3}+\frac{b}{3}\ge 4+1 \Leftrightarrow a+b\ge 5 \Leftrightarrow a+b+2016\ge 5+2016 \Leftrightarrow a+b+2016\ge 2021$$
$$\Rightarrow P\ge 2021.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a,b>0 \\ a=\dfrac{2}{3}b \\ ab=6 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a,b>0 \\ a=\dfrac{2}{3}b \\ a=2 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \ (TM) \\ b=3 \ (TM) \end{cases}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 2021 đạt được khi $(a;b)=(2;3)$.

TRƯỜNG THCS TÔ HOÀNG

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG GIỮA HỌC KÌ 1- TOÁN 9

NĂM HỌC: 2020- 2021

ĐỀ BÀI

Câu 1. Thực hiện phép tính:

a/ $\sqrt{8}-3\sqrt{32}+\sqrt{72}$

b/ $\sqrt{45}-15\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}}$

c/ $\frac{11}{2-\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}-24$

Câu 2. Giải các phương trình sau.

a) $\sqrt{4x+1}=3$.

b) $\frac{1}{2}\sqrt{4x+8}+\sqrt{36x+72}=16-\sqrt{x+2}$

c) $\sqrt{x^2-4x+4}+1=3x$

Câu 3. Cho $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{\sqrt{x}-3}-\frac{7\sqrt{x}-13}{x-2\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0$, $x\ne 9$

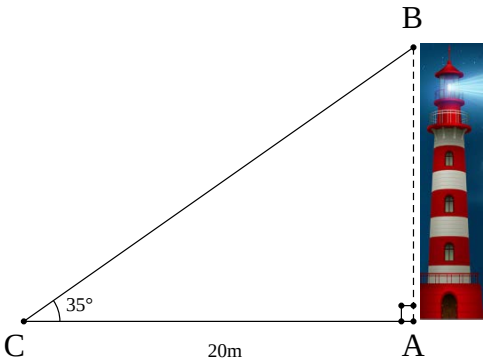
a/ Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\frac{1}{4}$

b/ Chứng minh: $B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$

c/ Cho $P=\frac{A}{B}$. Tìm tất cả các số tự nhiên x để $P\le 1$.

Câu 4.

1) Tính chiều cao của ngọn hải đăng? Biết rằng tia nắng mặt trời chiếu qua đỉnh của ngọn hải đăng hợp với mặt đất một góc $35°$ và bóng của ngọn hải đăng trên mặt đất dài 20 m.



2) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$ cm; $BC=3$ cm. Kẻ BH vuông góc với AC tại H, tia BH cắt đường thẳng AD ở E.

a) Tính AC, BH và $\widehat{BAC}$

b) Từ E kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng BC tại F. Chứng minh: $BH.BE=AH.AC$

c) Chứng minh: $\Delta BHF \backsim \Delta BCE$. Tính S_{BHF}

Câu 5. Cho ba số không âm x; y; z thỏa mãn điều kiện $x+y+z=6$.

Chứng minh $\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x}<6$.

ĐÁP ÁN

Câu 1. Thực hiện phép tính:

a/ $\sqrt{8}-3\sqrt{32}+\sqrt{72}$

b/ $\sqrt{45}-15\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}}$

c/ $\frac{11}{2-\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}-24$

Lời giải

a/ $\sqrt{8}-3\sqrt{32}+\sqrt{72}$

$=\sqrt{4.2}-3\sqrt{16.2}+\sqrt{36.2}$

$=2\sqrt{2}-12\sqrt{2}+6\sqrt{2}$

$=-4\sqrt{2}$

b/ $\sqrt{45}-15\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}}$

$=\sqrt{9.5}-15\sqrt{\frac{5}{5^2}}-\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-1\right)}{\sqrt{5}}$

$=3\sqrt{5}-3\sqrt{5}-\sqrt{5}+1$

$=-\sqrt{5}+1$

c/ $\frac{11}{2-\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}-24$

$=\frac{11\left(2+\sqrt{3}\right)}{4-3}+\sqrt{4+4\sqrt{3}+3}-24$

$=11\left(2+\sqrt{3}\right)+\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}-24$

$=22+11\sqrt{3}+2+\sqrt{3}-24$

$=12\sqrt{3}$

Câu 2. Giải các phương trình sau.

a) $\sqrt{4x+1}=3$.

b) $\frac{1}{2}\sqrt{4x+8}+\sqrt{36x+72}=16-\sqrt{x+2}$

c) $\sqrt{x^2-4x+4}+1=3x$

Lời giải

a) Điều kiện $x\geq\frac{-1}{4}$

$\sqrt{4x+1}=3$

$\Leftrightarrow 4x+1=9$

$\Leftrightarrow 4x=8$

$\Leftrightarrow x=2$ (nhận)

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{2\}$

b) Điều kiện $x\geq -2$

$\frac{1}{2}\sqrt{4x+8}+\sqrt{36x+72}=16-\sqrt{x+2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+2}+6\sqrt{x+2}+\sqrt{x+2}=16$

$\Leftrightarrow 8\sqrt{x+2}=16$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+2}=2$

$\Leftrightarrow x+2=4$

$\Leftrightarrow x=2$ (nhận)

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{2\}$

c) $\sqrt{x^2-4x+4}+1=3x$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2}=3x-1,\ x\geq \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow |x-2|=3x-1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=3x-1 \\ x-2=1-3x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{-1}{2},(\text{L}) \\ x=\frac{3}{4},(\text{TM}) \end{array}\right.$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{\frac{3}{4}\right\}$

Câu 3. Cho $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{\sqrt{x}-3}-\frac{7\sqrt{x}-13}{x-2\sqrt{x}-3}$ với $x\geq 0,\ x\neq 9$

a/ Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\frac{1}{4}$

b/ Chứng minh: $B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$

c/ Cho $P=\frac{A}{B}$. Tìm tất cả các số tự nhiên x để $P\leq 1$.

Lời giải

a/ Thay $x=\frac{1}{4}$ (thỏa mãn điều kiện đầu bài) vào A ta có:

$$A=\frac{\sqrt{\frac{1}{4}}}{\sqrt{\frac{1}{4}}+1}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1}=\frac{1}{2}:\frac{3}{2}=\frac{1}{3}$$

Vậy khi $x=\frac{1}{4}$ thì $A=\frac{1}{3}$.

b/ Với $x\geq 0,\ x\neq 9$. ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{\sqrt{x}-3}-\frac{7\sqrt{x}-13}{x-2\sqrt{x}-3}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{\sqrt{x}-3}-\frac{7\sqrt{x}-13}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)+2\left(\sqrt{x}+1\right)-\left(7\sqrt{x}-13\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{x-9+2\sqrt{x}+2-7\sqrt{x}+13}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{x-5\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0$, $x\ne 9$

c/ Xét $P=\frac{A}{B}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}:\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

Để $P\le 1$ thì $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\le 1$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-1\le 0$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}\le 0$

$\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-2}\le 0$

$\Rightarrow \sqrt{x}-2\le 0$ do $2>0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}\le 2$

$\Leftrightarrow x\le 4$

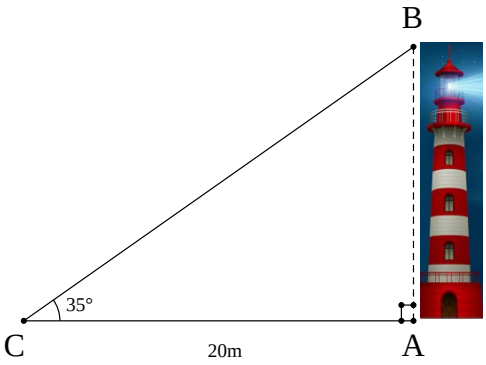
Mà $x\ge 0$, $x\ne 9$

Nên $0\le x\le 4$; $x\in N\Rightarrow x\in\{0,1,2,3\}$

Vậy $P\le 1$ khi $x\in\{0,1,2,3\}$.

Câu 4.

1) Tính chiều cao của ngọn hải đăng? Biết rằng tia nắng mặt trời chiếu qua đỉnh của ngọn hải đăng hợp với mặt đất một góc $35°$ và bóng của ngọn hải đăng trên mặt đất dài 20 m.



2) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ cm; $BC = 3$ cm. Kẻ BH vuông góc với AC tại H, tia BH cắt đường thẳng AD ở E.

a) Tính AC, BH và $\widehat{BAC}$

b) Từ E kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng BC tại F. Chứng minh: $BH.BE = AH.AC$

c) Chứng minh: $\Delta BHF \backsim \Delta BCE$. Tính S_{BHF}

Lời giải

1) Xét ΔABC vuông tại A nên $AB = AC.\tan 35° = 20.0,7 \approx 14$ m.

Vậy chiều cao của ngọn hải đăng là 14 m

2)

a) + Xét ΔABC vuông tại B nên $AB^2 + BC^2 = AC^2$

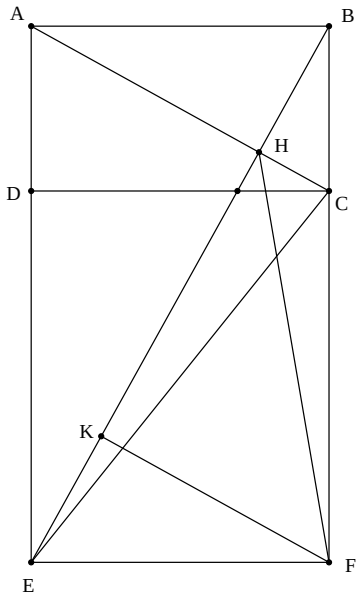
$\Rightarrow AC^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow AC = 5$ cm

+ Xét ΔABC vuông tại B có đường cao BH nên $BH.AC = AB.BC$

$\Rightarrow BH.5 = 4.3 = 12 \Rightarrow BH = 2,4$ cm

+ Xét ΔABC vuông tại B nên $\tan \widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{3}{4}$

$\Rightarrow \widehat{BAC} \approx 36°52'$



b) + Xét ΔABE vuông tại A có đường cao AH nên $BH.BE = AB^2$

+ Xét ΔABC vuông tại B có đường cao BH nên $AH.AC = AB^2$

$\Rightarrow BH.BE = AH.AC$

c) Ta có: Xét ΔBHC và ΔBFE

+ $\hat{B}$ chung

+ $\widehat{BHC} = \widehat{BFE}$

$\Rightarrow \Delta BHC \backsim \Delta BFE$ (g-g) $\Rightarrow \dfrac{BH}{BF} = \dfrac{BC}{BE}$

Từ đó chứng minh được: $\Delta BHF \backsim \Delta BCE$ (c-g-c)

+Vì $\Delta BHF \backsim \Delta BCE \Rightarrow \dfrac{S_{BHF}}{S_{BCE}} = \left(\dfrac{BH}{BC}\right)^2 = 0,64$

+Kẻ $FK \perp BE$ $(K \in BE)$

+ $S_{\Delta BEC} = \dfrac{1}{2} FE.BC$ (diện tích tam giác giác tù $EF \perp BC$)

$+ S_{\Delta BHF} = \frac{1}{2} FK.BH$ (diện tích tam giác giác tù $KF \perp BH$)

+Ta có: $\frac{S_{BHF}}{S_{BCE}} = \frac{FK.BH}{EF.BC} = \frac{FK.2,4}{4.3} = FK.0,2 = 0,64 \Rightarrow FK = 3,2$ chứng minh.

Khi đó: $S_{BHF} = \frac{1}{2} KF.BH = \frac{1}{2}.3,2.2,4 = 3,84\left(\text{cm}^2\right)$

Câu 5. Cho ba số không âm x; y; z thỏa mãn điều kiện $x+y+z=6$.

Chứng minh $\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x}<6$.

Lời giải

Đặt $A=\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x}$

$A^2=\left(\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x}\right)^2 \le \left(1^2+1^2+1^2\right)\left(x+y+y+z+z+x\right)$(

Bunhiacopxki)

$A^2 \le 6\left(x+y+z\right)=6.6=36$

$\Rightarrow A<\sqrt{36}=6$

Vậy $\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x}<6$

HẾT

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN HOÀNG MAI
TRƯỜNG THCS TRẦN PHÚ
ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG THÁNG 10
MÔN: TOÁN 9

Câu 1. ***(1,5 điểm)***: Không sử dụng máy tính, rút gọn các biểu thức sau

1) $A=\frac{1}{2}\sqrt{48}-\frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+5\sqrt{1\frac{1}{3}}$.

2) $B=\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}-\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}}$.

3) $C=\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{7-3\sqrt{5}}-\sqrt{2}$.

Câu 2. ***(1,5 điểm)***: Tìm x biết

1) $\sqrt{2x-1}+1=4$.

2) $3\sqrt{12x+4}-\frac{8}{3}\sqrt{27x+9}+\sqrt{48x+16}=6$.

3) $\sqrt{x^2-9}+\sqrt{x+3}=0$.

Câu 3. ***(2,0 điểm)***

1) Tính giá trị của biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x=9$.

2) Cho biểu thức $B=\frac{2x+2\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\geq 0$.

a) Chứng minh rằng $B=\frac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}+1}$.

b) Đặt $P=A.B$. Hãy so sánh P với 1.

Câu 4. ***(1,5 điểm)***

1) Rút gọn biểu thức:

a) $A=\sin 47^\circ+2\sin 38^\circ-\cos 43^\circ-\cos 52^\circ$

b) $B=\frac{2\sin^2 x-1}{\sin x-\cos x}$

2) Cho ΔABC có $\widehat{B}=60^\circ, AB=6\,\text{cm}, BC=5\text{cm}$. Tính diện tích ΔABC.

Câu 5. ***(3,0 điểm)***: Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH.

1) Cho $HB=4\,\text{cm}$; $HC=9\,\text{cm}$ *(số liệu chỉ sử dụng cho câu 1)*

a) Tính AH ?

b) Tính số đo $\widehat{ABC}$

2) Gọi D là hình chiếu của H trên AB; E là hình chiếu của H trên AC.

Chứng minh $AD.AB+AE.AC=2DE^2$.

3) Chứng minh: $\frac{HC^2}{AC^2}+\frac{BD^2}{BH^2}=1$.

4) Chứng minh rằng: $\frac{S_{DEIK}}{S_{ABC}}=\frac{1}{2}$ với I , K lần lượt là trung điểm của HC và HB.

Câu 6. ***(0,5 điểm)***:Cho hai số thực a và b sao cho $a.b=4$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{a^2+b^2}{|a-b|}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG THÁNG 10
TRƯỜNG THCS TRẦN PHÚ
MÔN: TOÁN 9
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. ***(1,5 điểm)***: Không sử dụng máy tính, rút gọn các biểu thức sau

1) $A=\dfrac{1}{2}\sqrt{48}-\dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+5\sqrt{1\dfrac{1}{3}}$.

2) $B=\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}-\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}}$.

3) $C=\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{7-3\sqrt{5}}-\sqrt{2}$.

Lời giải

1) $A=\dfrac{1}{2}\sqrt{48}-\dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+5\sqrt{1\dfrac{1}{3}}$

$=\dfrac{1}{2}\sqrt{16.3}-\sqrt{\dfrac{33}{11}}+5\sqrt{\dfrac{4}{3}}$

$=\dfrac{1}{2}.4.\sqrt{3}-\sqrt{3}+10.\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{3}+10.\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{13\sqrt{3}}{3}$

2) $B=\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}-\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}}$

$=\sqrt{\dfrac{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)}}-\sqrt{\dfrac{\left(3+\sqrt{5}\right)^2}{\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)}}$

$=\sqrt{\dfrac{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}{4}}-\sqrt{\dfrac{\left(3+\sqrt{5}\right)^2}{4}}$

$=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}-\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}=-\sqrt{5}$.

3) $C=\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{7-3\sqrt{5}}-\sqrt{2}$

$=\sqrt{\dfrac{2\left(3+\sqrt{5}\right)}{2}}+\sqrt{\dfrac{2\left(7-3\sqrt{5}\right)}{2}}-\sqrt{2}$

$$=\sqrt{\frac{\left(1+\sqrt{5}\right)^2}{2}}+\sqrt{\frac{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}{2}}-\sqrt{2}$$

$$=\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}+\frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}$$

$$=2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}.$$

Câu 2. ***(1,5 điểm)***: Tìm x biết

1) $\sqrt{2x-1}+1=4$.

2) $3\sqrt{12x+4}-\frac{8}{3}\sqrt{27x+9}+\sqrt{48x+16}=6$.

3) $\sqrt{x^2-9}+\sqrt{x+3}=0$.

Lời giải

1) ĐKXĐ: $2x-1\ge 0\Leftrightarrow x\ge\frac{1}{2}$

$\sqrt{2x-1}+1=4$

$\Leftrightarrow\sqrt{2x-1}=3$

$\Leftrightarrow 2x-1=9$

$\Leftrightarrow 2x=10$

$\Leftrightarrow x=5$ (TM)

Vậy phương trình có một nghiệm là $x=5$

2) ĐKXĐ: $3x+1\ge 0\Leftrightarrow x\ge-\frac{1}{3}$.

$3\sqrt{12x+4}-\frac{8}{3}\sqrt{27x+9}+\sqrt{48x+16}=6$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{4(3x+1)}-\frac{8}{3}\sqrt{9(3x+1)}+\sqrt{16(3x+1)}=6$

$\Leftrightarrow 3.2\sqrt{3x+1}-\frac{8}{3}.3\sqrt{3x+1}+4\sqrt{3x+1}=6$

$\Leftrightarrow 6\sqrt{3x+1}-8\sqrt{3x+1}+4\sqrt{3x+1}=6$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{3x+1}=6$

$\Leftrightarrow\sqrt{3x+1}=3$

$\Leftrightarrow 3x+1=9$

$\Leftrightarrow 3x=8$

$\Leftrightarrow x=\frac{8}{3}$ (TM)

Vậy phương trình có một nghiệm là $x=\frac{8}{3}$

3) ĐKXĐ: $\begin{cases}x^2-9\ge 0\\ x+3\ge 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\ge 3\\ x\le -3\end{array}\right.\\ x\ge -3\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 3\\ x=-3\end{array}\right.$

$\sqrt{x^2-9}+\sqrt{x+3}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+3)(x-3)}+\sqrt{x+3}=0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+3}\right)\left(\sqrt{x-3}+1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+3}=0\\ \sqrt{x-3}+1=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+3=0\\ \sqrt{x-3}=-1(L)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x=-3$ (nhận)

Vậy phương trình có nghiệm $x=-3$.

Câu 3. ***(2,0 điểm)***

1) Tính giá trị của biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x=9$.

2) Cho biểu thức $B=\dfrac{2x+2\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\geq 0$.

a) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}+1}$.

b) Đặt $P=A.B$. Hãy so sánh P với 1.

Lời giải

1) ĐKXĐ: $x\geq 0$

Với $x=9$ (thỏa mãn ĐKXĐ), thay $x=9$ vào biểu thức A ta có:

$A=\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{9}+2}=\dfrac{3}{5}$.

Vậy $A=\dfrac{3}{5}$ khi $x=9$

2) a) Với $x\geq 0$ ta có:

$B=\dfrac{2x+2\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$

$B=\dfrac{2x+2\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}-\dfrac{x-\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}$

$B=\dfrac{x+3\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}$

$B=\dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}$

$B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}+1}$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0$.

b) Với $x\ge 0$ ta có:

$$P=A.B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}.\frac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}+1}$$

$$P=\frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}.$$

Ta có:

$$P-1=\frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}-1=\frac{\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1}$$

$$P-1=\frac{-\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}{x-\sqrt{x}+1}$$

$$P-1=\frac{-\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}$$

Có $-\left(\sqrt{x}-1\right)^2\le 0,\forall x\ge 0$

Mà $\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0,\forall x\ge 0$

$\Rightarrow P-1\le 0,\forall x\ge 0$

$\Rightarrow P\le 1,\forall x\ge 0$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Câu 4. ***(1,5 điểm)***

1) Rút gọn biểu thức:

a) $A=\sin 47^\circ+2\sin 38^\circ-\cos 43^\circ-\cos 52^\circ$.

b) $B=\dfrac{2\sin^2 x-1}{\sin x-\cos x}$.

2) Cho ΔABC có $\widehat{B}=60^\circ, AB=6\,\text{cm}, BC=5\text{cm}$. Tính diện tích ΔABC

Lời giải

1) Rút gọn biểu thức:

a) $A=\sin 47^\circ+2\sin 38^\circ-\cos 43^\circ-\cos 52^\circ$

Ta có $\sin 47^\circ=\cos 43^\circ$ (do $47^\circ+43^\circ=90^\circ$)

$\sin 38^\circ=\cos 52^\circ$ (do $38^\circ+52^\circ=90^\circ$)

Nên $A=\sin 47^0+2\sin 38^0-\cos 43^0-\cos 52^0=\cos 43^0+2\cos 52^0-\cos 43^0-\cos 52^0$

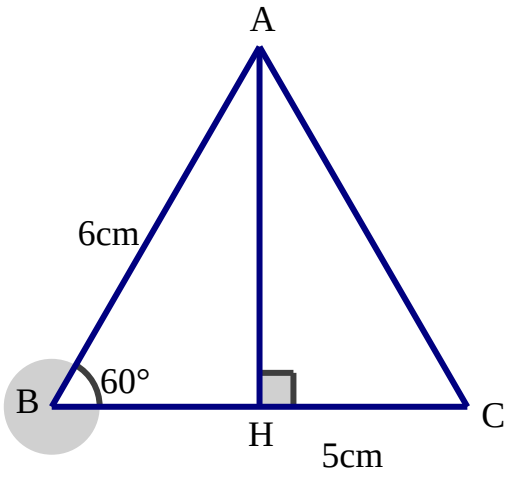
$=\left(\cos 43^0-\cos 43^0\right)+\left(2\cos 52^0-\cos 52^0\right)=\cos 52^0$

b)

$$B=\frac{2\sin^2 x-1}{\sin x-\cos x}=\frac{2\sin^2 x-\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)}{\sin x-\cos x}=\frac{2\sin^2 x-\sin^2 x-\cos^2 x}{\sin x-\cos x}=\frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{\sin x-\cos x}$$

$=\dfrac{(\sin x-\cos x)(\sin x+\cos x)}{\sin x-\cos x}=\sin x+\cos x$

2) Tính diện tích ΔABC



Kẻ $AH\perp BC$ do ΔABH vuông tại H. Áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$AH=AB\sin B=6\sin 60^\circ=6.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

khi đó $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}.BC.AH=\dfrac{1}{2}.5.3\sqrt{3}=\dfrac{15\sqrt{3}}{2}(cm^2)$

Câu 5. ***(3,0 điểm)***: Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH.

1) Cho $HB=4\,\text{cm}$; $HC=9\,\text{cm}$ *(số liệu chỉ sử dụng cho câu 1)*

a) Tính AH ?

b) Tính số đo $\widehat{ABC}$

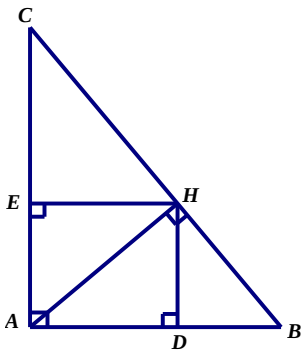
2) Gọi D là hình chiếu của H trên AB; E là hình chiếu của H trên AC.

Chứng minh $AD.AB+AE.AC=2DE^2$.

3) Chứng minh: $\dfrac{HC^2}{AC^2}+\dfrac{BD^2}{BH^2}=1$

4) Chứng minh rằng: $\dfrac{S_{DEIK}}{S_{ABC}}=\dfrac{1}{2}$ với I, K lần lượt là trung điểm của HC và HB.

Lời giải



1) Cho $HB = 4\,\text{cm}$; $HC = 9\,\text{cm}$ *(số liệu chỉ sử dụng cho câu 1)*

a) Tính AH ?

Xét ΔABC vuông tại A, đường cao AH suy ra $AH^2 = HB.HC = 4.9 = 36 \Rightarrow AH = 6(\text{cm})$.

b) Tính số đo $\widehat{ABC}$

Xét ΔABH vuông tại H có $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{AH}{BH} = \dfrac{6}{4} \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 56°$

2) Gọi D là hình chiếu của H trên AB; E là hình chiếu của H trên AC.

Chứng minh $AD.AB + AE.AC = 2DE^2$

Xét tứ giác $ADHE$ có $\widehat{DAE} = \widehat{ADH} = \widehat{AEH} = 90°$

$\Rightarrow ADHE$ là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông)

$\Rightarrow AH = DE$.

Xét ΔABH vuông tại H, đường cao $HD \Rightarrow AD.AB = AH^2$.

ΔACH vuông tại H, đường cao $HE \Rightarrow AE.AC = AH^2$.

$\Rightarrow AD.AB + AE.AC = 2AH^2$.

Mà $AH = DE \Rightarrow AD.AB + AE.AC = 2DE^2$.

3) Chứng minh: $\dfrac{HC^2}{AC^2} + \dfrac{BD^2}{BH^2} = 1$

Xét ΔACH vuông tại H, đường cao $HE \Rightarrow CE.AC = HC^2$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Xét ΔABH vuông tại H, đường cao $HD \Rightarrow BD.AB = BH^2$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

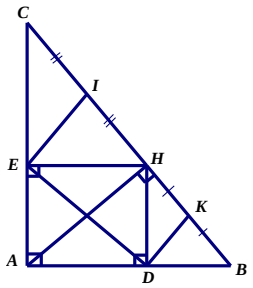
$$\Rightarrow \frac{HC^2}{AC^2} + \frac{BD^2}{BH^2} = \frac{CE.AC}{AC^2} + \frac{BD^2}{BD.AB} = \frac{CE}{AC} + \frac{BD}{AB}$$

Xét ΔABC vuông tại A có $HE // AB$ (cùng vuông góc với AC) $\Rightarrow \dfrac{CE}{AC} = \dfrac{HC}{BC}$

có $HD // AC$ (cùng vuông góc với AB) $\Rightarrow \dfrac{BD}{AB} = \dfrac{HB}{BC}$ (định lý Ta-let)

$$\Rightarrow \frac{CE.AC}{AC^2} + \frac{BD^2}{BD.AB} = \frac{CE}{AC} + \frac{BD}{AB} = \frac{HC}{BC} + \frac{HB}{BC} = \frac{BC}{BC} = 1.$$

4) Chứng minh rằng: $\dfrac{S_{DEIK}}{S_{ABC}} = \dfrac{1}{2}$ với I, K lần lượt là trung điểm của HC và HB.



Ta có tứ giác $ADHE$ là hình chữ nhật $\Rightarrow S_{DHE}=\frac{1}{2}S_{ADHE}$

Xét ΔBDH có DK là đường trung tuyến (K là trung điểm của BH) $\Rightarrow S_{DKH}=\frac{1}{2}S_{BDK}$

Xét ΔHEC có EI là đường trung tuyến (I là trung điểm của CH) $\Rightarrow S_{EIH}=\frac{1}{2}S_{HEC}$

$\Rightarrow S_{DHE}+S_{DKH}+S_{EIH}=\frac{1}{2}S_{ADHE}+\frac{1}{2}S_{BDH}+\frac{1}{2}S_{EHC}=\frac{1}{2}S_{ABC}$

$\Rightarrow S_{DEIK}=\frac{1}{2}S_{ABC}\Rightarrow \frac{S_{DEIK}}{S_{ABC}}=\frac{1}{2}$

Câu 6. ***(0,5 điểm)***:

Cho hai số thực a và b sao cho $a.b=4$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{a^2+b^2}{|a-b|}$.

Lời giải

Cho hai số thực a và b sao cho $a.b=4$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{a^2+b^2}{|a-b|}$

Điều kiện $a\neq b$.

Ta có: $|a-b|^2=(a-b)^2=a^2+b^2-2ab\Rightarrow a^2+b^2=|a-b|^2+2ab$

Suy ra $P=\frac{a^2+b^2}{|a-b|}=\frac{|a-b|^2+2ab}{|a-b|}=\frac{|a-b|^2+8}{|a-b|}$. Đặt $x=|a-b|\Rightarrow P=\frac{x^2+8}{x}, x>0$

Xét biểu thức $P=\frac{x^2+8}{x}=x+\frac{8}{x}\geq 2\sqrt{x.\frac{8}{x}}=2\sqrt{8}=4\sqrt{2}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=\frac{8}{x}\Leftrightarrow x^2=8$ mà

$x>0\Rightarrow x=2\sqrt{2}\Rightarrow |a-b|=2\sqrt{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a-b=2\sqrt{2}\\ a-b=-2\sqrt{2}\end{array}\right.$

Trường hợp 1: $\left\{\begin{array}{l}ab=4\\ a-b=2\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}a=\sqrt{6}+\sqrt{2}\\ b=\sqrt{6}-\sqrt{2}\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}a=-\sqrt{6}+\sqrt{2}\\ b=-\sqrt{6}-\sqrt{2}\end{array}\right.\end{array}\right.$

Trường hợp 2: $\left\{\begin{array}{l}ab=4\\ a-b=-2\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}a=\sqrt{6}-\sqrt{2}\\ b=\sqrt{6}+\sqrt{2}\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}a=-\sqrt{6}-\sqrt{2}\\ b=-\sqrt{6}+\sqrt{2}\end{array}\right.\end{array}\right.$

HẾT