|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HÀ NAM**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9**  **NĂM HỌC 2020 - 2021**  Môn thi: **TOÁN**  Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)* |

**Câu 1 (3,0 điểm).**

Cho biểu thức  (với ).

a) Rút gọn 

b) Tìm  để  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 2 (2,0 điểm).**

Trong mặt phẳng  cho parabol  và đường thẳng  ( là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  để  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho diện tích tam giác  bằng (đơn vị diện tích).

**Câu 3 (4,0 điểm).**

a) Giải phương trình .

b) Giải hệ phương trình .

**Câu 4 (2,0 điểm).**

Tìm các số nguyên dương  thỏa mãn  là số hữu tỷ và  là số nguyên tố.

**Câu 5 (7,0 điểm).**

**1.** Cho tam giác  có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn  Các đường cao  của tam giác  cắt nhau tại   cắt  tại  và  ( thuộc cung nhỏ ).

a) Chứng minh tam giác  cân.

b) Chứng minh .

c) Chứng minh 

**2.** Cho đường tròn  nội tiếp tam giác ,  tiếp xúc với ba cạnh  lần lượt tại các điểm  Gọi  là trung điểm của  Chứng minh các đường thẳng  đồng quy.

**Câu 6 (2,0 điểm).** Cho  là ba số thực dương, tùy ý. Chứng minh rằng:

.

*……………***Hết***……………*

*Họ và tên thí sinh………………………………… Số báo danh……………………*

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HÀ NAM** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS**  **NĂM HỌC 2020 – 2021**  **Môn: TOÁN – Lớp 9** |

**HƯỚNG DẪN CHẤM – ĐỀ CHÍNH THỨC**

(*Hướng dẫn chấm gồm 07 trang*)

**I. HƯỚNG DẪN CHUNG**

* *Hướng dẫn chấm chỉ trình bày sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì vẫn được điểm theo thang điểm tương ứng.*
* *Đối với bài toán hình học nếu học sinh chứng minh có sử dụng đến hình vẽ thì yêu cầu phải vẽ hình, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không cho điểm phần tương ứng*.
* *Điểm toàn bài không làm tròn.*

**II. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Sơ lược lời giải** | **Điểm** |
| **1. (3,0 điểm)** | Cho biểu thức  (với ).  a) Rút gọn | **2,0** |
| Ta có | 0,5 |
|  | 0,5 |
|  | 0,5 |
|  | 0,5 |
| b) Tìm  để  đạt giá trị nhỏ nhất. | **1,0** |
| Ta có | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Dấu “=” xảy ra khi | 0,25 |
| Vậy  thì  đạt giá trị nhỏ nhất bằng . | 0,25 |
| **2. (2,0 điểm)** | Trong mặt phẳng  cho parabol  và đường thẳng  ( là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  để  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho diện tích tam giác  bằng (đơn vị diện tích). | **2,0** |
| Xét phương trình hoành độ giao điểm của  và :    Ta có  nên  luôn có hai nghiệm phân biệt  với mọi .  Suy ra  luôn cắt  tại hai điểm phân biệt  nằm về hai phía trục tung. | 0,5 |
| Theo Vi – et, ta có  Vì đường thẳng  luôn đi qua điểm  nên  nằm trong đoạn . | 0,5 |
| (với  là hình chiếu vuông góc của  lên ).  Ta có  nên | 0,5 |
| (thỏa mãn).  Vậy . | 0,5 |
| **3. (4,0 điểm)** | a) Giải phương trình . | **2,0** |
| Điều kiện có nghiệm:  Đặt  Phương trình đã cho trở thành | 0,5 |
| +)  (thỏa mãn). | 0,5 |
| +) | 0,5 |
| (thỏa mãn).  Vậy phương trình có 4 nghiệm: . | 0,5 |
| b) Giải hệ phương trình . | **2,0** |
| Điều kiện xác định:      . Dấu “=” xảy ra khi . | 0,5 |
| Suy ra  . | 0,5 |
| Từ  và  +) Với  thay vào , ta được    (thỏa mãn). | 0,5 |
| +) Với  thay vào , ta được  .  Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất | 0,5 |
| **4. (2,0 điểm)** | Tìm các số nguyên dương  thỏa mãn  là số hữu tỷ và  là số nguyên tố. | **2,0** |
| Đặt  trong đó .  . | 0,5 |
| Vì  là số vô tỷ và  . | 0,5 |
| Do  nguyên dương nên | 0,5 |
| Lại có  là số nguyên tố nên  (thỏa mãn  là số nguyên tố).  Vậy | 0,5 |
| **5. (7,0 điểm)** | **1.** Cho tam giác  có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn  Các đường cao  của tam giác  cắt nhau tại   cắt  tại  và  ( thuộc cung nhỏ ). | **5,0** |
| a) Chứng minh tam giác  cân. | **1,5** |
| Ta có  nên tứ giác  nội tiếp | 0,5 |
| Xét đường tròn  với các cung nhỏ  và  Ta có  (góc có đỉnh bên trong đường tròn) .  . | 0,5 |
| Từ  và  suy ra .  Vậy tam giác  cân tại  (đpcm). | 0,5 |
| b) Chứng minh . | **1,5** |
| Ta có  nên tứ giác  nội tiếp  và  . | 0,5 |
| Tương tự, ta có  nên tứ giác  nội tiếp  .  Từ  và  . | 0,5 |
| Từ  và , suy ra  (g.g)  (đpcm). | 0,5 |
| **c) Chứng minh** | **2,0** |
| Ta có điểm  đối xứng với điểm  qua  Điểm  đối xứng với điểm  qua  Mà  nên  Suy ra  cùng thuộc đường tròn . | 0,5 |
| .  Lại có  (cùng vuông góc với )  (đồng vị) | 0,5 |
| Tứ giác  nội tiếp nên  .  Gọi  là giao điểm của  và  Do  (cùng vuông góc với )  (góc trong cùng phía)  . | 0,5 |
| Từ  và .  Vậy  (hai góc ở vị trí đồng vị bằng nhau) (đpcm). | 0,5 |
| **2.** Cho đường tròn  nội tiếp tam giác ,  tiếp xúc với ba cạnh  lần lượt tại các điểm  Gọi  là trung điểm của  Chứng minh các đường thẳng  đồng quy. | **2,0** |
| Gọi  là giao điểm của  và . Vẽ đường thẳng đi qua  song song với  lần lượt lượt cắt  tại  và .  Ta có  nên tứ giác  nội tiếp  . | 0,5 |
| Tương tự, ta có tứ giác  nội tiếp  .  Mà  (cùng bằng bán kính đường tròn )  cân tại  .  Từ  và  suy ra cân tại  là trung điểm của . | 0,5 |
| Trong  có | 0,5 |
| Xét  và  có  (đồng vị) và  (cùng bằng ).    Suy ra hai tia  trùng nhau .  Vậy  đồng quy tại  (đpcm). | 0,5 |
| **(2,0 điểm)** | Cho  là ba số thực dương, tùy ý. Chứng minh rằng:  . | **2,0** |
| Bất đẳng thức đã cho được viết lại  Áp dụng AM – GM, ta có  Tương tự, ta có | 0,5 |
| Suy ra  Xét      Lại có | 0,5 |
| Suy ra  . | 0,5 |
| Dấu “=” xảy ra khi  Vậy  (đpcm). | 0,5 |

**-----HẾT-----**