|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG TRỊ**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **Khóa ngày 03 tháng 6 năm 2021**  **Môn thi: Toán**  **(Dành cho tất cả các thí sinh)**  *Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)* |

**Câu 1.** (2,0 *điểm*)

Bằng các phép biến đổi đại số, hãy rút gọn các biểu thức sau:



, với .

**Câu 2.** (1,5 *điểm*)

Cho hàm số . (1)

**1.** Tìm điều kiện của *m* để hàm số (1) đồng biến khi .

**2.** Với giá trị nào của *m* thì đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng  tại điểm có tung độ bằng 2?

**Câu 3.** (1,5 *điểm*)

Cho phương trình (ẩn x) 

**1.** Giải phương trình khi .

**2.** Tìm giá trị của *m* để phương trình có hai nghiệm  sao cho biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 4.** (1 *điểm*)

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 40 lần bắn là 8,25 điểm. Kết quả cụ thể được ghi lại trong bảng sau, trong đó có 2 ô bị mờ đi không đọc được (đánh dấu \*):

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm số của mỗi lần bắn | 10 | 9 | 8 | 7 |
| Số lần bắn | 7 | \* | 15 | \* |

Hãy tìm lại các số trong hai ô đó.

**Câu 5.** (3,5 *điểm*)

Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*. Trên cạnh *AC* lấy điểm *F*, vẽ *FE* vuông góc với *BC* tại *E*. Gọi *(O)* là đường tròn ngoại tiếp tam giác *CEF*. Đường thẳng *BF* cắt đường tròn *(O)* tại điểm thứ hai là *D*, *DE* cắt *AC* tại *H*.

**1.** Chứng minh tứ giác *ABEF* là tứ giác nội tiếp.

**2.** Chứng minh .

**3.** Chứng minh hai tam giác *AEO* và *EHO* đồng dạng.

**4.** Đường thẳng *AD* cắt đường tròn *(O)* tại điểm thứ hai là *G*, *FG* cắt *CD* tại *I*, *CG* cắt *FD* tại *K*. Chứng minh *I*, *K*, *H* thẳng hàng.

**Câu 6.** (0,5 *điểm*) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn . Chứng minh rằng

.

**-----------------HẾT-----------------**

***Họ và tên thí sinh:..................................................Số báo danh:........................***

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1.** (2,0 *điểm*)

Bằng các phép biến đổi đại số, hãy rút gọn các biểu thức sau:



, với .

*Lời giải:*

Ta có: 

Với , ta có: 

Vậy  và .

**Câu 2.** (1,5 *điểm*)

Cho hàm số . (1)

**1.** Tìm điều kiện của *m* để hàm số (1) đồng biến khi .

**2.** Với giá trị nào của *m* thì đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng  tại điểm có tung độ bằng 2?

*Lời giải:*

**1.** Điều kiện để hàm số (1) đồng biến khi  là .

Vậy để để hàm số (1) đồng biến khi thì .

**2.** Vì đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng  tại điểm có tung độ bằng 2 nên giao điểm đó có hoành độ *x* thỏa mãn: .

Thay  vào (1) ta có: .

Vậy để thỏa mãn điều kiện bài toán thì .

**Câu 3.** (1,5 *điểm*)

Cho phương trình (ẩn x) 

**1.** Giải phương trình khi .

**2.** Tìm giá trị của *m* để phương trình có hai nghiệm  sao cho biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

*Lời giải:*

**1.** Khi , phương trình đã cho trở thành: .

Vì  nên phương trình có 2 nghiệm  và .

**2.** Vì  nên phương trình có nghiệm  và  với mọi giá trị của *m*.

Ta có: 

Lại có: 

, dấu *“=”* xảy ra khi và chỉ khi .

Suy ra *A* đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi .

**Câu 4.** (1 *điểm*)

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 40 lần bắn là 8,25 điểm. Kết quả cụ thể được ghi lại trong bảng sau, trong đó có 2 ô bị mờ đi không đọc được (đánh dấu \*):

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm số của mỗi lần bắn | 10 | 9 | 8 | 7 |
| Số lần bắn | 7 | \* | 15 | \* |

Hãy tìm lại các số trong hai ô đó.

*Lời giải:*

Gọi số lần bắn trúng ô 9 điểm và 7 điểm lần lượt là *x* và *y, *.

Tổng số lần bắn là 40 nên ta có: .

Điểm số trung bình cộng là 8,25 điểm nên ta có:

.

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình .

Giải hệ phương trình trên ta có: .

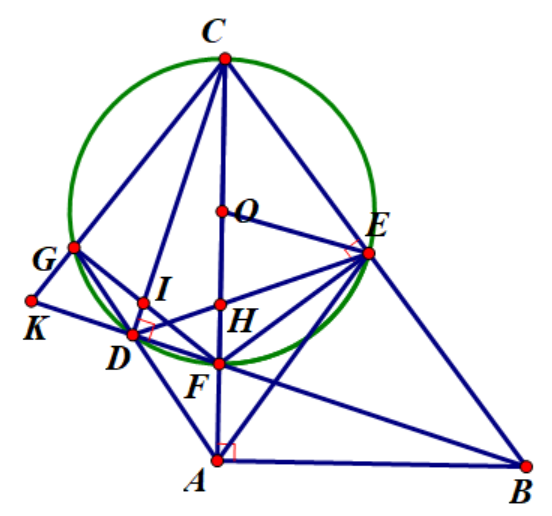
Vậy ta có bảng:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm số của mỗi lần bắn | 10 | 9 | 8 | 7 |
| Số lần bắn | 7 | ***7*** | 15 | ***11*** |

**Câu 5.** (3,5 *điểm*)

Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*. Trên cạnh *AC* lấy điểm *F*, vẽ *FE* vuông góc với *BC* tại *E*. Gọi *(O)* là đường tròn ngoại tiếp tam giác *CEF*. Đường thẳng *BF* cắt đường tròn *(O)* tại điểm thứ hai là *D*, *DE* cắt *AC* tại *H*.

**1.** Chứng minh tứ giác *ABEF* là tứ giác nội tiếp.



**2.** Chứng minh .

**3.** Chứng minh hai tam giác *AEO* và *EHO* đồng dạng.

**4.** Đường thẳng *AD* cắt đường tròn *(O)* tại điểm thứ hai là *G*, *FG* cắt *CD* tại *I*, *CG* cắt *FD* tại *K*. Chứng minh *I*, *K*, *H* thẳng hàng.

*Lời giải:*

**1.** Chứng minh tứ giác *ABEF* là tứ giác nội tiếp.

Ta có:  nên suy ra tứ giác *ABEF* là tứ giác nội tiếp.

**2.** Chứng minh .

Ta có:  nên tứ giác *ABCD* là tứ giác nội tiếp.

Suy ra  (là 2 góc cùng chắn cung *AB*).

**3.** Chứng minh hai tam giác *AEO* và *EHO* đồng dạng.

Trước hết ta chứng minh: .

Trong tứ giác nội tiếp *ABEF* ta có:  (Vì cùng chắn cung *EF*).

Suy ra .

Trong tam giác cân *ODE* (cân tại *O*), ta có:  ,

Mà  (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung *ED*) 

Suy ra: .

Từ (1) và (2) suy ra: .

Xét hai tam giác *OAE* và tam giác *OEH* có:

\* Góc *O* chung;

\*  (theo chứng minh trên).

Vậy .

**4.** Đường thẳng *AD* cắt đường tròn *(O)* tại điểm thứ hai là *G*, *FG* cắt *CD* tại *I*, *CG* cắt *FD* tại *K*. Chứng minh *I*, *K*, *H* thẳng hàng.

Trong tam giác *CKF* ta có *CD* và *FG* là các đường cao nên giao điểm của chúng là trực tâm của tam giác *CKF*.

Vì thế để chứng minh *I*, *K*, *H* thẳng hàng ta cần chứng minh *KH* là đường cao của tam giác *CKF* hay là cần chứng minh.

Thật vậy, trước hết ta có  (Vì cùng bằng ).

Suy ra tứ giác *ADOE* là tứ giác nội tiếp.

Từ đó suy ra  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung *AE*).

Mà  (Trong tứ giác nội tiếp, góc ngoài bằng góc trong đối diện).

Suy ra (3).

Vì tứ giác *ABEH* là tứ giác nội tiếp nên suy ra  (4)

Trong tam giác *KCB* ta có:  (5)

Lại có  (theo chứng minh ở câu 3)

Suy ra  (6).

Từ (3), (4), (5) và (6) suy ra  hay 

Suy ra tứ giác *CKDH* là tứ giác nội tiếp.

Suy ra  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung *CK*).

Suy ra .

Vậy *I*, *K*, *H* thẳng hàng.

**Câu 6.** (0,5 *điểm*) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn . Chứng minh rằng

.

*Lời giải:*

Vì   (1)

Lại có  (2)

Cộng theo vế của (1) và (2) ta có: (đpcm)