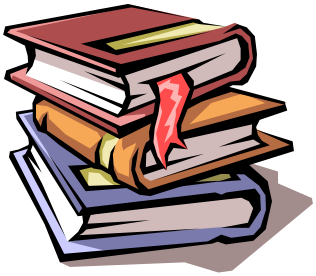
Tailieumontoan.com

Điện thoại (Zalo) 039.373.2038



CHUYÊN ĐỀ
BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Tài liệu sưu tầm, ngày 21 tháng 9 năm 2021

BÀI 4: BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$$ax+by\le c \qquad (1) \qquad (ax+by<c;\ ax+by\ge c;\ ax+by>c)$$

trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

II – BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Cũng như bất phương trình bậc nhất một ẩn, các bất phương trình bậc nhất hai ẩn thường có vô số nghiệm và để mô tả tập nghiệm của chúng, ta sử dụng phương pháp biểu diễn hình học.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình (1) được gọi là miền nghiệm của nó.

Từ đó ta có quy tắc thực hành biểu diễn hình học tập nghiệm (hay biểu diễn miền nghiệm) của bất phương trình $ax+by\le c$ như sau (tương tự cho bất phương trình $ax+by\ge c$)

Bước 1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ đường thẳng $\Delta: ax+by=c$.

Bước 2. Lấy một điểm $M_0(x_0;y_0)$ không thuộc Δ (ta thường lấy gốc tọa độ O)

Bước 3. Tính ax_0+by_0 và so sánh ax_0+by_0 với c.

Bước 4. Kết luận

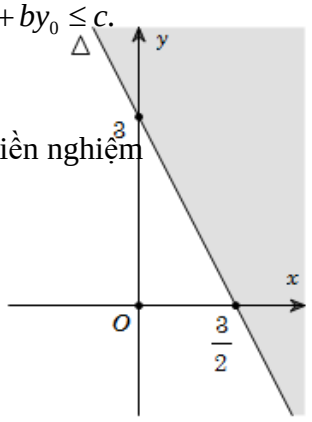
Nếu $ax_0+by_0<c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của $ax_0+by_0\le c$.

Nếu $ax_0+by_0>c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của $ax_0+by_0\le c$.

Chú ý:

Miền nghiệm của bất phương trình $ax_0+by_0\le c$ bỏ đi đường thẳng $ax+by=c$ là miền nghiệm của bất phương trình $ax_0+by_0<c$.

Ví dụ. Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $2x+y\le 3$



Giải

Vẽ đường thẳng $\Delta: 2x+y=3$.

Lấy gốc tọa độ $O(0;0)$, ta thấy $O\notin\Delta$ và có $2.0+0<3$ nên nửa mặt phẳng bờ Δ chứa gốc tọa độ O là miền nghiệm

của bất phương trình đã cho (miền không bị tô đậm trong hình).

III – HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Tương tự hệ bất phương trình một ẩn

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà ta phải tìm các nghiệm chung của chúng. Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Cũng như bất phương trình bậc nhất hai ẩn, ta có thể biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Ví dụ 2. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+y\le 6 \\ x+y\le 4 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$.

Giải.

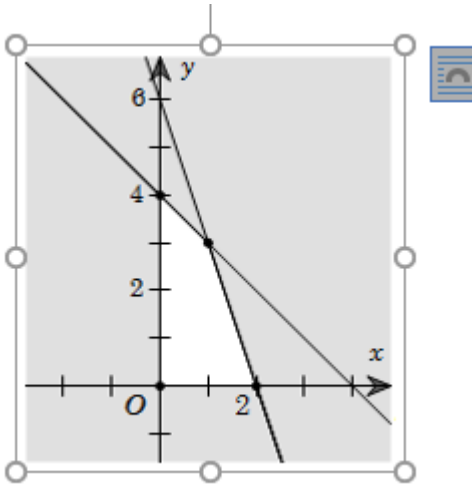
Vẽ các đường thẳng

$d_1: 3x+y=6$

$d_2: x+y=4$

$d_2: x=0 \quad (Oy)$

$d_2: y=0 \quad (Ox)$



Vì điểm $M_0(1;1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ trên nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ (d_1), (d_2), (d_3), (d_4) không chứa điểm M_0. Miền không bị tô đậm (hình tứ giác $OCIA$ kể cả bốn cạnh AI, IC, CO, OA) trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ đã cho.

IV – ÁP DỤNG VÀO BÀI TOÁN KINH TẾ

Giải một số bài toán kinh tế thường dẫn đến việc xét những hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và giải chúng. Loại bài toán này được nghiên cứu trong một ngành toán học có tên gọi là Quy hoạch tuyến tính.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x^2+3y>0$. **B.** $x^2+y^2<2$. **C.** $x+y^2\ge 0$. **D.** $x+y\ge 0$.

Câu 2. Cho bất phương trình $2x+3y-6\le 0$ (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Bất phương trình (1) chỉ có một nghiệm duy nhất.

B. Bất phương trình (1) vô nghiệm.

C. Bất phương trình (1) luôn có vô số nghiệm.

D. Bất phương trình (1) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Câu 3. Miền nghiệm của bất phương trình: $3x+2(y+3)>4(x+1)-y+3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:

A. $(3;0)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(0;0)$.

Câu 4. Miền nghiệm của bất phương trình: $3(x-1)+4(y-2)<5x-3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:

A. $(0;0)$. **B.** $(-4;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-5;3)$.

Câu 5. Miền nghiệm của bất phương trình $-x+2+2(y-2)<2(1-x)$ là nửa mặt phẳng không chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(0;0)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(4;2)$. **D.** $(1;-1)$.

Câu 6. Trong các cặp số sau đây, cặp nào không thuộc nghiệm của bất phương trình: $x-4y+5>0$

A. $(-5;0)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(1;-3)$.

Câu 7. Điểm $A(-1;3)$ là điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình:

A. $-3x+2y-4>0$. **B.** $x+3y<0$.

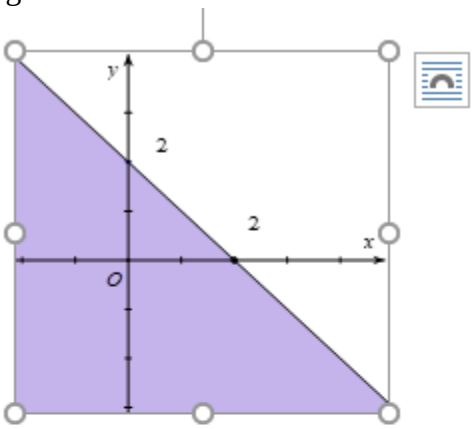
C. $3x-y>0$. **D.** $2x-y+4>0$.

Câu 8. Cặp số $(2;3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

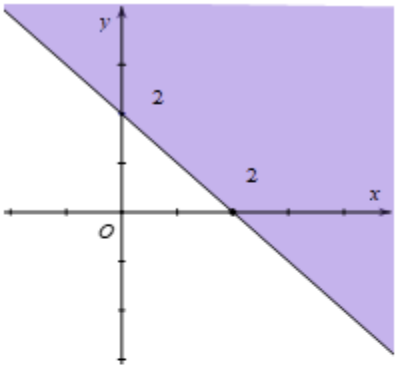
A. $2x-3y-1>0$. **B.** $x-y<0$.

C. $4x>3y$. **D.** $x-3y+7<0$.

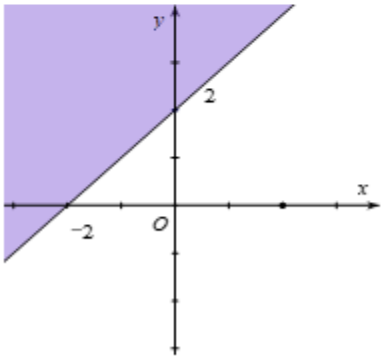
Câu 9. Miền nghiệm của bất phương trình $x+y\le 2$ là phần tô đậm trong hình vẽ của hình vẽ nào, trong các hình vẽ sau?



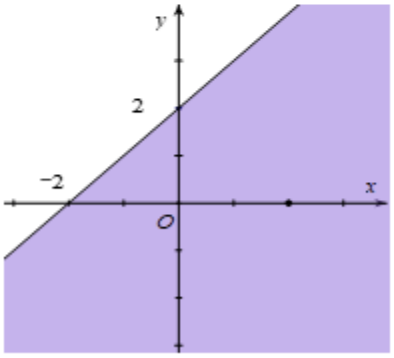
A.



B.

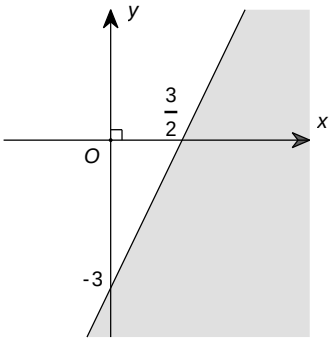


C.



D.

Câu 10. Phần tô đậm trong hình vẽ sau, biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



A. $2x-y<3.$ **B.** $2x-y>3.$ **C.** $x-2y<3.$ **D.** $x-2y>3.$

Vấn đề 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 11. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+3y-2\ge 0 \\ 2x+y+1\le 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

A. $M(0;1)$. **B.** $N(-1;1)$. **C.** $P(1;3)$. **D.** $Q(-1;0)$.

Câu 12. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-5y-1>0 \\ 2x+y+5>0 \\ x+y+1<0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

A. $O(0;0)$. **B.** $M(1;0)$. **C.** $N(0;-2)$. **D.** $P(0;2)$.

Câu 13. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}-1\ge 0 \\ x\ge 0 \\ x+\frac{1}{2}-\frac{3y}{2}\le 2 \end{cases}$ chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $O(0;0)$. **B.** $M(2;1)$. **C.** $N(1;1)$. **D.** $P(5;1)$.

Câu 14. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+y\ge 9 \\ x\ge y-3 \\ 2y\ge 8-x \\ y\le 6 \end{cases}$ chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $O(0;0)$. **B.** $M(1;2)$. **C.** $N(2;1)$. **D.** $P(8;4)$.

Câu 15. Điểm $M(0;-3)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trìnhnào sau đây?

A. $\begin{cases} 2x-y\le 3 \\ 2x+5y\le 12x+8 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 2x-y>3 \\ 2x+5y\le 12x+8 \end{cases}$.

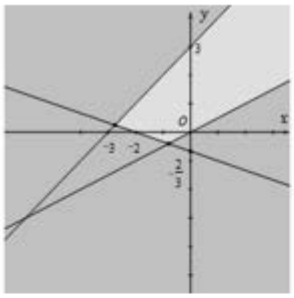
C. $\begin{cases} 2x-y>-3 \\ 2x+5y\le 12x+8 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} 2x-y\le -3 \\ 2x+5y\ge 12x+8 \end{cases}$.

Câu 16. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-2\le 0 \\ 2x-3y+2>0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

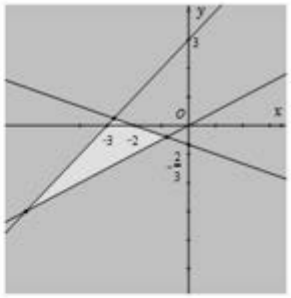
A. $O(0;0)$. **B.** $M(1;1)$.

C. $N(-1;1)$. **D.** $P(-1;-1)$.

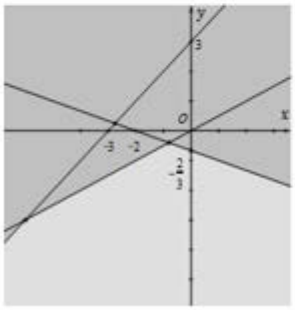
Câu 17. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y<0 \\ x+3y>-2 \\ y-x<3 \end{cases}$ là phần không tô đậm của hình vẽ nào trong các hình vẽ sau?



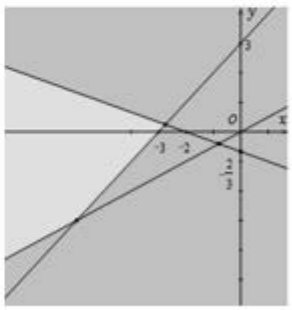
A.



B.



C.

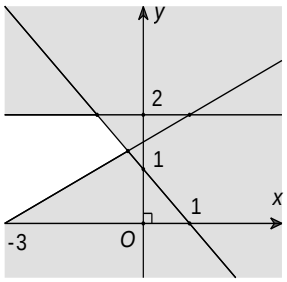


D.

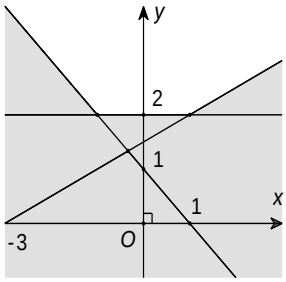
D.

C.

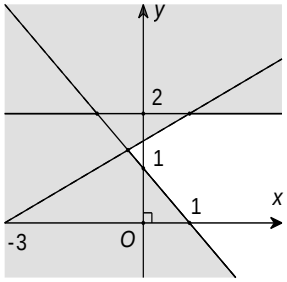
Câu 18. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-1>0 \\ y\ge 2 \\ -x+2y>3 \end{cases}$ là phần không tô đậm của hình vẽ nào trong các hình vẽ sau?



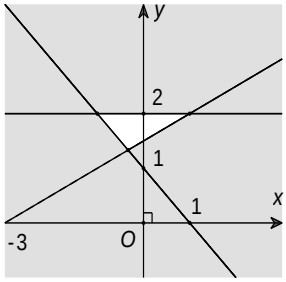
A.



B.

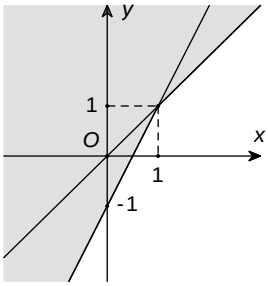


C.



D.

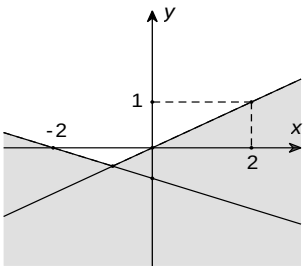
Câu 19. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



A. $\begin{cases} x-y\ge 0 \\ 2x-y\ge 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x-y>0 \\ 2x-y>1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x-y<0 \\ 2x-y>1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x-y<0 \\ 2x-y<1 \end{cases}$.

Câu 20. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ

bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



A. $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ x+3y\ge -2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x-2y> 0 \\ x+3y< -2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ x+3y\le -2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x-2y< 0 \\ x+3y> -2 \end{cases}$.

Vấn đề 3. TÌM GTLN – GTNN CỦA BIỂU THỨC F(x,y) VỚI ĐIỀU KIỆN LÀ MỘT HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F=y-x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y-2x\le 2 \\ 2y-x\ge 4 \\ x+y\le 5 \end{cases}$ là.

A. $\min F=1$ khi $x=2, y=3$. **B.** $\min F=2$ khi $x=0,\ y=2$.

C. $\min F=3$ khi $x=1, y=4$. **D.** $\min F=0$ khi $x=0,\ y=0$.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F=y-x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x+y\le 2 \\ x-y\le 2 \\ 5x+y\ge -4 \end{cases}$ là

A. $\min F=-3$ khi $x=1, y=-2$. **B.** $\min F=0$ khi $x=0, y=0$.

C. $\min F=-2$ khi $x=\frac{4}{3}, y=-\frac{2}{3}$. **D.** $\min F=8$ khi $x=-2, y=6$.

Câu 3: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y\le 2 \\ 3x+5y\le 15 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

A.Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, biểu diễn miền nghiệm của hệbất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kể cả các cạnh với $A(0;3)$, $B\left(\frac{25}{8};\frac{9}{8}\right)$, $C(2;0)$ và $O(0;0)$.

B. Đường thẳng $\Delta : x+y=m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kể cả khi $-1 \le m \le \frac{17}{4}$.

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x+y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.

D. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x+y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Câu 4: Giá trị lớn nhất của biết thức $F(x;y)=x+2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \le y \le 4 \\ x \ge 0 \\ x-y-1 \le 0 \\ x+2y-10 \le 0 \end{cases}$ là

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F(x;y)=x-2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \le y \le 5 \\ x \ge 0 \\ x+y-2 \ge 0 \\ x-y-2 \le 0 \end{cases}$ là

A. -10. **B.** 12. **C.** -8. **D.** -6.

Câu 6: Biểu thức $F=y-x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x+y \le -2 \\ x-2y \le 2 \\ x+y \le 5 \\ x \ge 0 \end{cases}$ tại điểm $S(x;y)$ có toạ độ là

A. $(4;1)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(1;1)$.

Câu 7: Biểu thức $L=y-x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+3y-6 \le 0 \\ x \ge 0 \\ 2x-3y-1 \le 0 \end{cases}$, đạt giá trị lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $a=\frac{25}{8}$ và $b=-2$. **B.** $a=2$ và $b=-\frac{11}{12}$. **C.** $a=3$ và $b=0$. **D.** $a=3$ và $b=\frac{-9}{8}$

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F(x;y)=y-x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y-2x \le 2 \\ 2y-x \ge 4 \\ x+y \le 5 \end{cases}$ là

A. $F_{\min}=1.$ **B.** $F_{\min}=2.$ **C.** $F_{\min}=3.$ **D.** $F_{\min}=4.$

Câu 9. Biểu thức $F(x;y)=y-x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases}2x-y\ge 2\\ x-2y\le 2\\ x+y\le 5\\ x\ge 0\end{cases}$ tại điểm M có toạ độ là:

A. $(4;1).$ **B.** $\left(\frac{8}{3};-\frac{7}{3}\right).$ **C.** $\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right).$ **D.** $(5;0).$

Câu 10. Cho x,y thoả mãn hệ $\begin{cases}x+2y-100\le 0\\ 2x+y-80\le 0\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P=(x;y)=40000x+30000y.$

A. $P_{\max}=2000000.$ **B.** $P_{\max}=2400000.$ **C.** $P_{\max}=1800000.$ **D.** $P_{\max}=1600000.$

Câu 11. Giá trị lớn nhất $F_{\max}$ của biểu thức $F(x;y)=x+2y$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases}0\le y\le 4\\ x\ge 0\\ x-y-1\le 0\\ x+2y-10\le 0\end{cases}$ là

A. $F_{\max}=6.$ **B.** $F_{\max}=8.$ **C.** $F_{\max}=10.$ **D.** $F_{\max}=12.$

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F(x;y)=4x+3y$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases}0\le x\le 10\\ 0\le y\le 9\\ 2x+y\ge 14\\ 2x+5y\ge 30\end{cases}$ là

A. $F_{\min}=23.$ **B.** $F_{\min}=26.$ **C.** $F_{\min}=32.$ **D.** $F_{\min}=67.$

Vấn đề 4. BÀI TOÁN KINH TẾ, BÀI TOÁN TỐI ƯU

Bài toán: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T(x,y)=ax+by$ với $(x;y)$ nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

Bước 1: Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.

Bước 2: Tính giá trị của F tương ứng với $(x;y)$ là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

Bước 3: Kết luận:

- Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.
- Giá trị nhỏ nhất của F là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.

Câu 1. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.

● Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;

● Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

A. 5 lít nước cam và 4 lít nước táo. **B.** 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.

C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo. **D.** 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Câu 2. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

● Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;

● Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

A. 30 kg loại I và 40 kg loại II. **B.** 20 kg loại I và 40 kg loại II.

C. 30 kg loại I và 20 kg loại II. **D.** 25 kg loại I và 45 kg loại II.

Câu 3. Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B. Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A. Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

A. 600 đơn vị Vitamin A, 400 đơn vị Vitamin B.

B. 600 đơn vị Vitamin A, 300 đơn vị Vitamin B.

C. 500 đơn vị Vitamin A, 500 đơn vị Vitamin B.

D. 100 đơn vị Vitamin A, 300 đơn vị Vitamin B.

Câu 4. Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B_1, đựng cao Sao vàng và

đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

- Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B_1, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.
- Cách thứ hai cắt được 2 hộp B_1, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B_1 tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?

A. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.

B. Cắt theo cách một 150 tấm, cắt theo cách hai 100 tấm.

C. Cắt theo cách một 50 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.

D. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 200 tấm.

Câu 5. Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A lãi 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B lãi được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

A. Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm B.

B. Sản xuất 7 tấn sản phẩm A và 3 tấn sản phẩm B.

C. Sản xuất $\frac{10}{3}$ tấn sản phẩm A và $\frac{49}{9}$ tấn sản phẩm B.

D. Sản xuất 6 tấn sản phẩm B và không sản xuất sản phẩm A.